

Grado Universitario en Ingeniería Mecánica
2016-2017

Trabajo Fin de Grado

“Dinámica de explosiones en espacios abiertos”

Alejandro Meléndez de Lama

Tutor

César Huete Ruiz de Lira

Lugar y fecha de presentación

Madrid, Octubre de 2017

Resumen

Una de las herramientas más populares utilizadas para el estudio de las ondas expansivas es la simulación numérica. Los códigos numéricos, que implementan las ecuaciones de conservación de la mecánica de fluidos en forma discreta, permiten simular la evolución temporal de la onda de choque que lidera el proceso, así como el movimiento del fluido arrastrado por ella en todo el dominio de interés. La oferta de códigos numéricos capaces de simular el efecto de la liberación brusca de cargas concentradas de energía, como son los explosivos, es amplia si incluimos códigos comerciales, de software abierto y software libre, si bien no todos están optimizados para la descripción de flujos supersónicos en los que aparecen con ondas de choque, etc. En cualquier caso, la solución que predice el comportamiento de la onda expansiva depende fuertemente de las condiciones de contorno, caracterizadas por el entorno en contacto con el aire (suelo, obstáculos, edificios, . . .), y de las condiciones iniciales, que determinan el modo en que se deposita la energía de la carga detonada en el medio.

En el presente documento se lleva a cabo el estudio para la correcta reproducción del comportamiento de una explosión en un espacio totalmente abierto mediante un software de genérico de cálculo (Matlab), adaptado a la resolución de problemas de dinámica de gases, previamente creado por Leonid Antanovskii.

En primer lugar, se han establecido los objetivos fundamentales y se han buscado trabajos e investigaciones previas realizadas sobre la materia. De todos ellos se han identificado las carencias o necesidades con el fin de modificar el código buscando un aumento en la precisión de los resultados. Con tal objetivo, se ha dividido el estudio en dos partes fundamentales: una teórica y otra práctica. La primera se centra en el estudio de las ondas de choque y las detonaciones. En esta parte se recoge también los cálculos de perfiles autosemejantes, calculados a partir del modelo Zeldovich-Taylor, para describir las propiedades aerotérmicas del fluido en el instante inicial, inmediatamente posterior a la liberación de la energía del explosivo. En la parte práctica se recogen todas las simulaciones y resultados. Se han comparado todas las soluciones obtenidas entre sí y con datos experimentales de diversos autores obteniéndose un buen acuerdo en todos los casos.

La sección final está dedicada a exponer las conclusiones del estudio, también se exponen posibles extensiones del trabajo que pudieran emplear este documento como base de partida.

Por último, dado que es un trabajo teórico relacionado directamente con la mecánica de fluidos, en el apartado de anexos se recogen los conocimientos básicos sobre la materia, con el fin de ayudar a la comprensión del trabajo para aquellos lectores que no dispongan de ningún conocimiento previo.

Palabras clave: explosiones, detonaciones, condiciones iniciales, simulación numérica.

Tabla de contenido

Resumen	2
Tabla de contenido	2
Índice de figuras	5
Índice de Ilustraciones.....	7
Índice de tablas.....	7
1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	8
1.1 Motivación.....	9
1.2 Objetivos y fases del proyecto	10
1.3 Marco regulador.....	10
1.4 Estado del arte.....	11
1.4.1 Sobre teoría básica de ondas expansivas y detonaciones.....	11
1.4.2 Sobre daños producidos por ondas expansivas	14
1.5 Estructura de la memoria	15
2. INTRODUCCIÓN TEÓRICA.	16
2.1 Introducción.	17
2.2 Relaciones de Rankine-Hugoniot.....	17
2.3 Relaciones de Rankine-Hugoniot GICP	19
2.4 Detonaciones y relaciones de Rankine Hugoniot reactivas.....	20
3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	25
3.1 Introducción al problema	26
3.2 Dinámica onda de choque en el aire.....	28
3.2.1 Método matemático (Sedov-Taylor).....	28
3.2.2 Problema de Riemann.....	31
3.2.3 Método numérico.....	34
3.3 Dinámica onda de choque en el explosivo	36
3.3.1 Cálculo de la detonacion dentro del explosivo	36
4. RESULTADOS.....	45
4.1 Simulación de distintas cantidades de explosivo con condiciones constantes.....	46
4.1.1 Análisis de convergencia y errores cometidos	48
4.1.2 Comparación resultados con la hipótesis de Sedov-Taylor.....	51
4.2 Simulación de distintas cantidades de explosivo con perfiles termodinámicos variables en el explosivo detonado	53
4.2.1 Análisis de convergencia y errores cometidos	55

	4.3 Comparación resultados.....	58
5.	CONCLUSIONES.	60
	5.1 Conclusiones.....	61
	5.2 Posibles extensiones del trabajo	62
6.	EJECUCIÓN Y ANÁLISIS DE COSTES.	64
	6.1 Ejecución final.....	65
	6.2 Presupuesto.....	66
	6.3 Impacto económico.	67
7.	ANEXOS.	69
	7.1 Ecuaciones de conservación.....	70
	7.2 Códigos empleados en el trabajo	7979
8.	BIBLIOGRAFÍA.	86
	Referencias	87

Índice de figuras

Figura 1.1: Curvas de fatalidad para un hombre de 70 kg cuyo eje "largo" está perpendicular o paralelo a la dirección de propagación de la onda de choque.	14
Figura 2.1: Curvas de Rankine-Hugoniot para distintos calores de reacción y líneas de Rayleigh para distintos valores del Mach.	18
Figura 2.2: Evolución de las magnitudes termodinámicas al atravesar una detonación plana....	21
Figura 2.3: Representación de la solución real (rama negativa) para la ecuación [2.10].	23
Figura 2.4: Representación de la solución real (rama positiva) para la ecuación [2.11].	23
Figura 3.1: Esquema de la geometría del problema.	26
Figura 3.2: Representación de la evolución del radio de la onda de choque producida por la bomba atómica en función del tiempo. [42].....	31
Figura 3.3: Solución para la presión del problema de Riemann en función del tiempo.	32
Figura 3.4: Solución para la densidad del problema de Riemann en función del tiempo.	33
Figura 3.5: Solución para la velocidad del problema de Riemann en función del tiempo.	33
Figura 3.6: Esquema de la evolución de la detonación y zona de reacción dentro del explosivo.	40
Figura 3.7: Evolución de las variables adimensionales de presión, densidad y velocidad en función de la variable adimensional del radio (ξ).	41
Figura 3.8: Evolución de las magnitudes termodinámicas en función del radio del explosivo para 960 kg de TNT.	42
Figura 3.9: Evolución de las variables adimensionales de energía cinética, interna y total en función del radio adimensional (ξ).	44
Figura 4.1: Representación de la evolución de la presión de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.	46
Figura 4.2: Representación de la evolución de la velocidad de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.	47
Figura 4.3: Representación de la evolución de la densidad de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.	47
Figura 4.4: Representación de la evolución de la temperatura del aire tras el paso de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.	48
Figura 4.5: Representación de los picos de sobrepresión en función del radio para distintas cantidades de TNT variando el número de puntos que forman el dominio fluido.	49

Figura 4.6: Representación del $\ln(R)$ frente al $\ln(t)$ para las distintas cantidades de TNT estudiadas y para las bombas Littleboy, Fatman.	51
Figura 4.7: Representación de la energía total liberada en función del radio de la esfera del explosivo.	52
Figura 4.8: Representación de la evolución de la presión de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.	53
Figura 4.9: Representación de la evolución de la densidad de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.	53
Figura 4.10: Representación de la evolución de la temperatura del aire tras el paso de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.	54
Figura 4.11: Representación de la evolución de la presión de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.	54
Figura 4.12: Representación de los picos de sobrepresión en función del radio para distintas cantidades de TNT variando el número de puntos que forman el dominio fluido.	57
Figura 4.13: Grafica comparativa de los resultados obtenidos considerando las propiedades del explosivo constantes y la distribución espacial de las variables termodinámicas.	59
Figura 6.1: Diagrama de Gantt del proyecto.	65
Figura 7.1: Esquema explicativo flujo convectivo.	72
Figura 7.2: Esquema volumen de control en una onda sonora.	76
Figura 7.3: Esquema onda viajando a velocidad sónica y supersónica.	78

Índice de tablas

Tabla 3.1: Resumen de los resultados de la energía total (MJ), específica (MJ/kg) y velocidad de propagación (m/s) para distintas cantidades de TNT.	43
Tabla 4.1: Resultados de la variación de los resultados al variar el número de puntos de la malla y error cometido con respecto a los datos experimentales para cada masa de explosivo estudiada considerando propiedades constantes en el explosivo.	50
Tabla 4.2: Resultados de la variación de los resultados al variar el número de puntos de la malla y error cometido con respecto a los datos experimentales para cada masa de explosivo estudiada considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.	55
Tabla 4.3: Comparación resultados obtenidos.	58
Tabla 6.1: Desglose de los costes del proyecto.	66

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1.1: Cortina resistente a explosiones. Extraída de: http://www.kcse.com/blast-resistance-curtain-wall-system/	9
Ilustración 3.1: Experimento de la primera bomba atómica llevado a cabo en Nuevo México (1945). [42]	30
Ilustración 5.1: Estudio de la sobrepresión en un edificio en 2D y 3D provocada por una explosión externa. [34].....	62
Ilustración 6.1: Ejemplos de muro y vidrio anti explosiones. Extraídas de: http://www.climablock.com y http://www.sicurtec.at	67

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.

En este capítulo se explica la motivación del proyecto, así como los objetivos del mismo. También se describe las fases seguidas en la realización del trabajo y los medios empleados. Por último se presenta el esquema de la memoria junto con una pequeña descripción de cada capítulo para facilitar la lectura de la misma.

1.1 Motivación

El movimiento o flujo de fluidos es un fenómeno común en la vida diaria. El estudio de su mecánica es primordial para comprender la física involucrada, así como para lograr su control. Aerodinámica, hidrodinámica, turbomaquinaria son solo algunos de los ámbitos en los que la mecánica de fluidos desempeña un papel fundamental.

En este proyecto se va a proceder a estudiar el comportamiento de un fluido cuando éste se somete a una deposición energética fuerte y casi instantánea, es decir, como el de una explosión. La finalidad última de este trabajo es poder predecir y analizar el comportamiento de una explosión propagándose a través del aire. Para ello se obtendrán los picos de sobrepresión máximos en función del tiempo y el espacio (una vez conocida la velocidad de propagación de la onda).

Esta información es muy útil para poder dimensionar apropiadamente estructuras y establecer perímetros de seguridad adecuados en aquellos lugares relevantes. Esto se podría aplicar tanto a explosiones controladas (demoliciones, minería, etc.) como no controladas (ataques terroristas). Sirva de ejemplo de las medidas de seguridad que se podrían calcular a partir de una correcta predicción de la intensidad de la onda ayudará a dimensionar de manera más efectiva las barreras textiles durante una explosión controlada o las persianas metálicas deformables combinadas con cristales diseñados específicamente para mitigar el impacto de la explosión sobre las estructuras críticas de un edificio (Ver Ilustración 1.1).



Ilustración 1.1: Cortina resistente a explosiones.

Extraída de: <http://www.kcse.com/blast-resistance-curtain-wall-system/>

1.2 Objetivos y fases del proyecto

Partiendo del código de MATLAB creado por Leonid Antanovskii [1], que es un código totalmente genérico para predecir el comportamiento del fluido cuando éste está gobernado por efectos compresibles (sin considerar efectos disipativos o debidos a reacciones químicas). Por lo que éste es apropiado para estudiar ondas expansivas producidas por un explosivo esférico, modificando la densidad ρ_1 y presión p_1 alcanzadas dentro del mismo. En éste código las propiedades se consideran constantes en función del radio de la materia explosiva.

El objetivo fundamental de este trabajo de fin de grado es el de lograr un aumento de la precisión de los resultados, para distintas cantidades de TNT, aportados por el código previamente descrito. Para ello se propone mejorar las condiciones iniciales de simulación proporcionando información sobre las propiedades fluidotérmicas del explosivo inmediatamente después de su detonación. En particular, se proporcionarán la distribución espacial de las mismas, en lugar de la suposición de propiedades constantes que hace el código original.

Por último se comprobarán las soluciones obtenidas con los datos experimentales recogidos por Charles Needham en su libro “Blast Waves” [34] y por Kingery y Bulmash [48].

1.3 Marco regulador

Este trabajo pese a ser un trabajo teórico no puede ser protegido por la ley de propiedad intelectual aprobada por Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 de abril. Ya que en ella se excluyen ideas, procedimiento, métodos de operación o conceptos matemáticos.

Por tanto, se ha investigado su posible protección mediante el uso de una patente. Se ha revisado la Ley 24/2015, de 24 de julio, de Patentes. En dicha ley solamente se podría ajustar este trabajo en el artículo 111 del título XI relativo a patentes de interés para la defensa nacional. Sin embargo, dado que el código que se emplea como base para este trabajo es de uso público no tendría sentido acogerse a este supuesto.

Además este proyecto ha sido presentado V Congreso Nacional de i+d en Defensa y Seguridad (DESEi+d 2017), que tendrá lugar en la Academia de Infantería del Ejército de Tierra ubicada en Toledo, durante los días 22, 23 y 24 de noviembre de 2017.

1.4 Estado del arte

1.4.1 Sobre teoría básica de ondas expansivas y detonaciones

El estudio del fenómeno de las explosiones y detonaciones comienza a finales s.XIX donde Berthelot y Vieille [4] y Mallard y Le Chatellier [33] observaron por primera vez este fenómeno durante su estudio de la propagación de llamas.

La primera teoría sobre la propagación de una explosión fue propuesta a principios del siglo XX por Chapman [12] y Jouguet [26], éstos proponían un flujo unidimensional con un frente de onda, tratado como una discontinuidad, a través del cual las leyes de conservación de la mecánica de fluidos proporcionan las relaciones de salto entre el gas fresco y quemado (Ecuaciones de Rankine Hugoniot). Claramente, esto también supone que la reacción química, que provoca el movimiento de la onda de choque, se produce de manera instantánea.

De este modo se podría calcular el estado final del fluido detrás de la explosión a partir de las propiedades del fluido no alterado y de la velocidad de propagación de la onda en el material D (intensidad de la explosión). Estos dos científicos llegaron a la conclusión de que la velocidad mínima de propagación en un gas es aquella que hace que la onda se desplace a la velocidad del sonido con respecto a las propiedades del gas quemado: D_{CJ} . Esta teoría simple, tuvo un gran éxito dado que era capaz de predecir una detonación gaseosa con un margen de error del 2%.

Sin embargo los primeros indicios de que las detonaciones reales eran bastante más complejas de lo que se había estudiado hasta la fecha, fueron los estudios realizado por Campbell y Woodhead en 1927 [8] sobre el fenómeno de giro producido en regiones próximas a la detonación con una temperatura media más elevada.

A partir de estos estudios surgen nuevas teorías más complejas como el modelo ZND (Zeldovich (1940), Von Neumann (1942) [45], Döering (1942) [17]). Estos llegaron a los siguientes postulados: suponen que el fluido unidimensional cumple las leyes de Euler de hidrodinámica, es decir suponen un fluido no viscoso en el que todos los fenómenos de transporte y disipación se desprecian. Consideran que la reacción se produce en un tiempo finito tras el paso de la onda. Además proponen que desde un sistema de coordenadas ligado a la onda todas las ecuaciones de conservación tienen una solución estacionaria a lo largo de la zona de reacción, de modo que el estado al final de la zona de reacción, obtenido al aplicar las ecuaciones de conservación, es exactamente el mismo que el obtenido considerando una reacción instantánea (Hipótesis de Chapman Jouguet). Por tanto de aquí se deduce que la velocidad de la detonación para la condición de CJ es independiente de la ley de la reacción

química y se puede obtener a partir de las ecuaciones de conservación y la ecuación de estado cuando la reacción se ha completado totalmente, es decir depende solo de la cantidad de calor liberado y no del ritmo de la liberación. Esta teoría debido a su simplicidad es una de las más útiles para comprender el mecanismo de propagación de una explosión y todavía se emplea hoy día.

En estudios posteriores Berets, Greene y Kistiakowsky (1950) [3] compararon los resultados obtenido a partir del modelo ZND con datos experimentales de sistemas gaseosos. Repitieron los experimentos llevados a cabo por Lewis y Friauf (1930) [32] con mezclas de oxígeno e hidrógeno, pero empleando datos termodinámicos más modernos.

En los años siguientes hubo mejoras significativas en las técnicas experimentales y de computación, gracias a ellas se pudo medir la densidad del fluido tras el paso de la onda de choque mediante la técnica de absorción de rayos X (Duff, Knight y Rink (1958) [16]), la presión mediante galgas piezoeléctricas (Edwards, Jones y Price (1963) [18]) y la velocidad de la detonación (Peek y Thrap (1957) [35] y Brochet, Manson, Rouze y Struck (1963) [6]).

A lo largo del siglo XX, se profundizó en la propagación de las ondas explosivas con explosivos condensados y explosivos líquidos (Craig, Davis, Ramsay [13]) y llegaron a la conclusión de que el modelo ZND no describía completamente el comportamiento de estos explosivos.

Por otro lado mientras se comparaban multitud de datos experimentales correspondientes a distintos explosivos con las teorías conocidas hasta la fecha. Se intentó modificar el modelo ZND para incluir otros efectos que también tenían una repercusión en las detonaciones. Este el caso de Kirkwood y Wood (1954) [28] que consideran que el fluido se regía por las ecuaciones de Euler (despreciando fenómenos de transporte y difusión) y en el que las reacciones que se producían lo hacían en cualquier dirección respecto al punto de equilibrio químico hasta alcanzarlo. Además Kirkwood y Wood también introdujeron el estudio bidimensional del fluido al tener en cuenta las condiciones de contorno producidas por los bordes de un inyector.

A partir de las soluciones aportadas por el modelo unidimensional (ZND) se realizaron estudios sobre las detonaciones en tres dimensiones (Strehlow (1966) [39], Denisov y Troshin (1959) [14] y Duff (1961) [15]) y sobre la estabilidad de las soluciones unidimensionales al ser aplicadas para describir perturbaciones infinitesimales en tres dimensiones (Erpenbeck (1962) [19]).

En un ámbito más relacionado directamente con el objeto de este trabajo se han realizado multitud de estudios sobre la propagación de calor y ondas de choque provocadas por una fuente externa de energía en un gas. En estos estudios se analiza la importancia relativa de la conducción y las ondas de choque o de presión en el proceso de propagación del calor. La

importancia relativa de cada uno de estos procesos depende directamente del tiempo de deposición de la carga en el gas. Si este tiempo es lo suficientemente pequeño y la energía se libera de manera instantánea, entonces se produce una onda de choque fuerte y es ésta la causante de la propagación de calor. Sin embargo cuando el tiempo de deposición es lo suficientemente grande, es la conducción térmica el principal mecanismo de transferencia. Este aspecto fue estudiado por Korobeinikov (1971) [29].

En aquellas circunstancias en las que no se puede considerar el tiempo de deposición ni muy grande ni muy pequeño, éste se compara con dos tiempos característicos: el tiempo característico para la propagación de calor por conducción (t_c) y el tiempo característico de propagación de las perturbaciones de la presión (t_a). Si el tiempo de deposición de la carga (t_d) es del orden de t_c , entonces las variaciones de la presión pueden ser despreciadas. Esta hipótesis fue demostrada por Clarke, Kassoy y Riley (1984) [23] para una carga plana y Sánchez, Jiménez-Álvarez y Liñán (2003) [2] para una carga puntual y lineal.

Clarke *et al.* (1984) también considera que si $t_d \sim t_a$ y la velocidad inducida en el proceso de calentamiento es del orden de la velocidad del sonido entonces ambos mecanismos de propagación de calor tienen la misma importancia, aunque actúan en zonas diferentes del mismo tamaño. Alrededor de la fuente se crea una zona donde la conductividad térmica es el mecanismo preferente de transferencia. En esta zona el gas está muy caliente, por lo que su densidad es muy baja, esto indica que la mayor parte del gas que había en esta región ha salido de ella debido a la sobrepresión producida por la fuente. Esta zona “vacía” ya fue descubierta por Freeman en 1968 [21] y Dabora en 1972 [11] en su estudio de las explosiones con fluidos no viscosos y una fuente de energía dependiente del tiempo. El efecto de conducción de calor está limitado por una capa transicional, por lo que, en el límite, esta onda o capa térmica tiene un frente abrupto similar al estudiado por Zeldovich y Kompaneetz (1950) [47].

Todos estos estudios han motivado y han servido como base para trabajos posteriores que buscan describir el proceso de iniciación de la combustión a partir de una chispa (Kravchik y Sher (1994) [30], Thiele, Warnatz y Maas (2000) [44] y Thiele *et al.* (2002) [45]) o de la mínima cantidad de energía necesaria para producir la ignición y crear una explosión o deflagración auto sustentada.

1.4.2 Sobre daños producidos por ondas expansivas

Por otra parte, en estos últimos años, el uso de bombas como armas terroristas está generando cada vez más repercusión mediática y social. Esto unido a la facilidad de acceso a la información de cómo fabricar un artefacto explosivo, su sencillo montaje y a su enorme “eficacia” a la hora de generar costes humanos o materiales es el motivo por el cual este tipo de ataques son cada vez más frecuentes.

Aunque existen algunos estudios sobre el efecto de las explosiones sobre edificios y personas (“Explosives engineering” de Cooper (1986) [9]), estos son muy limitados y simples, como se puede apreciar en la figura 1.1, donde se representa el pico de sobrepresión en función de la duración de la fase positiva de la onda y se grafican distintas curvas correspondientes a distintas probabilidades de fatalidad.

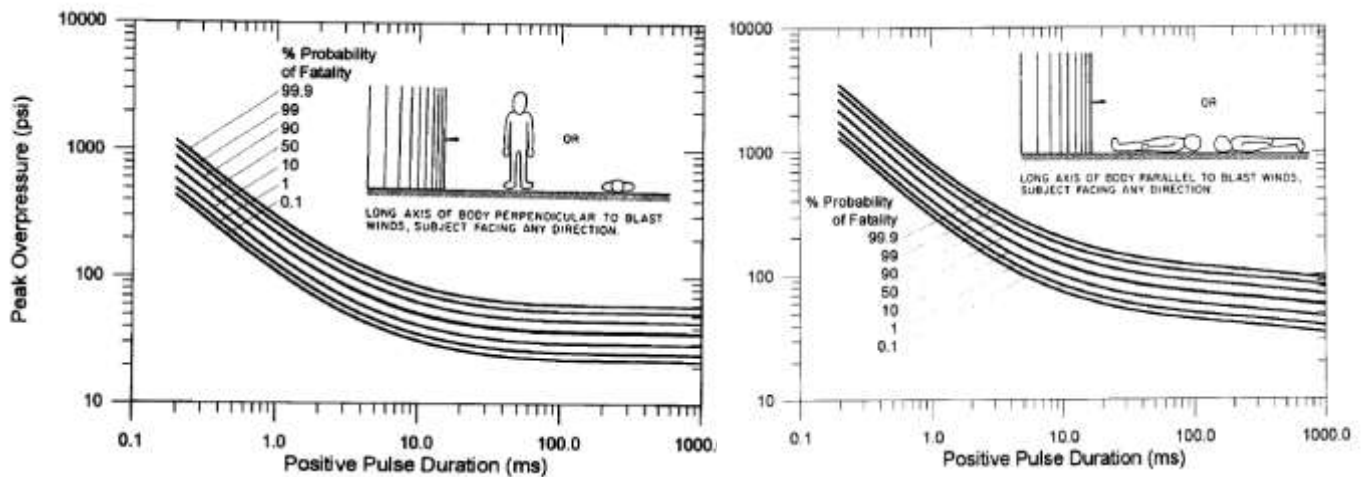


Figura 1.1: Curvas de fatalidad para un hombre de 70 kg cuyo eje "largo" está perpendicular o paralelo a la dirección de propagación de la onda de choque.

Los estudios más complejos y exactos se encuentran restringidos y no son accesibles salvo para su uso militar con una función de seguridad nacional frente a los ataques terroristas. Este hecho dificulta el desarrollo y la investigación de edificios civiles seguros puesto que no se puede utilizar estas investigaciones.

A pesar de estas limitaciones se han desarrollado diferentes métodos para predecir las explosiones:

- Método empírico: que son esencialmente correlaciones a partir de datos experimentales. Por lo que este método está muy condicionado a los estudios realizados sobre cierto tipo de explosivos. Algunos de las guías para predecir una explosión basadas en este

métodos son: TM 5-1300 (US Department of the Army, 1990), TM5-855-1 (US Department of the Army, 1986), CONWEP Airblast Loading Model (Hyde, 1992).

- Métodos semi-empírico: que se basa en el uso de modelos simplificados para predecir determinados fenómenos físicos y así pronosticar la explosión. Posteriormente estos resultados se contrastan con los obtenidos a partir de experimentos, de manera similar al método empírico.
- Método numérico: que se basa en la resolución de las ecuaciones que rigen el comportamiento del fluido durante la explosión. Estos modelos se denominan modelos CFD (Computational Fluid Dynamics). Un ejemplo de esto puede ser el AUTODYN o este trabajo.

1.5 Estructura de la memoria

Para facilitar la lectura de la memoria, se incluye a continuación un breve resumen de cada capítulo.

En el capítulo 2, se abordan los conceptos de onda de choque y detonación, se presentan las ecuaciones que gobiernan su comportamiento en función del número de Mach aguas arriba y la relación de calores específicos. También se estudia la hipótesis de Chapman-Jouguet y cómo afecta ésta a las ecuaciones anteriormente mencionadas.

En el capítulo 3 se presenta la formulación del problema. Se detalla el procedimiento seguido para la obtención de las soluciones dentro del explosivo y se analiza la validez de las mismas.

En el capítulo 4, se recogen los resultados obtenidos, se comparan con las soluciones alcanzadas por el código original y con los datos experimentales recogidos por Charles Needham.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones extraídas tras la realización del trabajo.

En el capítulo 6, se muestra los tiempos invertidos para la realización del proyecto, también se presenta el presupuesto para la realización del trabajo así como el impacto económico que supone este proyecto en diversos sectores.

Por último en el anexo se recoge un resumen con los conocimientos básicos sobre ecuaciones de conservación, ya que en el desarrollo del trabajo se mencionarán constantemente. Se muestran también los códigos empleados para el cálculo de las condiciones dentro del explosivo y para el estudio de la propagación del onda en el aire.

CAPÍTULO 2

2. INTRODUCCIÓN TEÓRICA.

En este capítulo se describen las ecuaciones básicas que rigen el comportamiento de un fluido a través de una onda de choque. Se estudian los casos para una onda de choque normal. Estas ecuaciones se concretan en detalle para el caso de que el fluido sea un gas ideal, en función del número de Mach antes de la discontinuidad (M_1) y la relación de calores específicos. También se estudiarán las detonaciones y las ecuaciones que gobiernan las mismas.

2.1 Introducción.

Cuando la velocidad de un fluido en movimiento es superior o del mismo orden que la velocidad del sonido, los efectos debidos a la compresibilidad adquieren cada vez más importancia. Además teniendo en cuenta la baja viscosidad y baja conductividad térmica de los gases supone que los efectos de difusión producidos por la viscosidad y la difusividad térmica sean despreciables.

Además de tener en cuenta las características de los gases, se ha de sumar la consideración de que en este proyecto se va trabajar con ondas de choque y detonaciones que se van a tratar como un frente discontinuo donde las propiedades termodinámicas cambian bruscamente y donde las ecuaciones de conservación de la mecánica de fluidos clásica tienen aplicación.

2.2 Relaciones de Rankine-Hugoniot.

Si a continuación calculamos las leyes de conservación (Ver Anexo 1) en una discontinuidad, suponiendo que la componente tangencial es nula, tenemos las siguientes expresiones:

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad [2.1]$$

$$\rho_1 u_1^2 + p_1 = \rho_2 u_2^2 + p_2 \quad [2.2]$$

$$\left(h_1 + \frac{1}{2} u_1^2 \right) = \left(h_2 + \frac{1}{2} u_2^2 \right) \quad [2.3]$$

Donde la velocidad u está medida en un sistema de coordenadas ligado a la onda en su propagación. Y donde ρ representa la densidad, u la velocidad, h la entalpia del fluido y los subíndices 1 y 2 se refieren a las condiciones del fluido antes y después de ser atravesado por la onda respectivamente.

Estas ecuaciones, denominadas relaciones de Rankine-Hugoniot adiabáticas relacionan las magnitudes termodinámicas del fluido a un lado y al otro de la discontinuidad.

Para una p_1 y u_1 la expresión [2.2] o [2.3] nos da la relación entre P_2 y u_2 y se representa gráficamente en el plano p_v como una curva.

Por otro lado, si se elimina la velocidad del fluido inmediatamente detrás de la onda u_2 y la velocidad de propagación de la onda D de las ecuaciones [2.1] y [2.3] se obtiene una ecuación

que define una línea recta en el diagrama p-v denominada línea de Rayleigh y que establece líneas de velocidad de propagación constante. Estas líneas pueden ir desde velocidad de propagación nula (línea horizontal) hasta velocidad de propagación infinita (línea vertical).

Por condiciones de conservación, el punto del estado final debe pertenecer a la curva de Hugoniot y a la línea de Rayleigh. Por lo que conociendo las condiciones iniciales y la velocidad de propagación de la onda podemos obtener dos, una o ninguna posible solución para el estado el estado final. En concreto en este trabajo nos interesa la condición para la cual solo es posible una única solución. Esta condición es la de Chapman Jouguet (CJ) y se estudiará con más detalle en los apartados siguientes.

A continuación se muestran distintas curvas de Hugoniot en función del calor en forma adimensional, que se define como $Q = \frac{\gamma^2 - 1}{2c^2} q$ donde q es el calor por unidad de masa del explosivo (aunque en este apartado nos interesa únicamente la curva para $Q=0$ ya que el resto de curvas reactivas se estudiarán en el apartado 2.4) y en función de distintas velocidades de propagación o número de Mach.

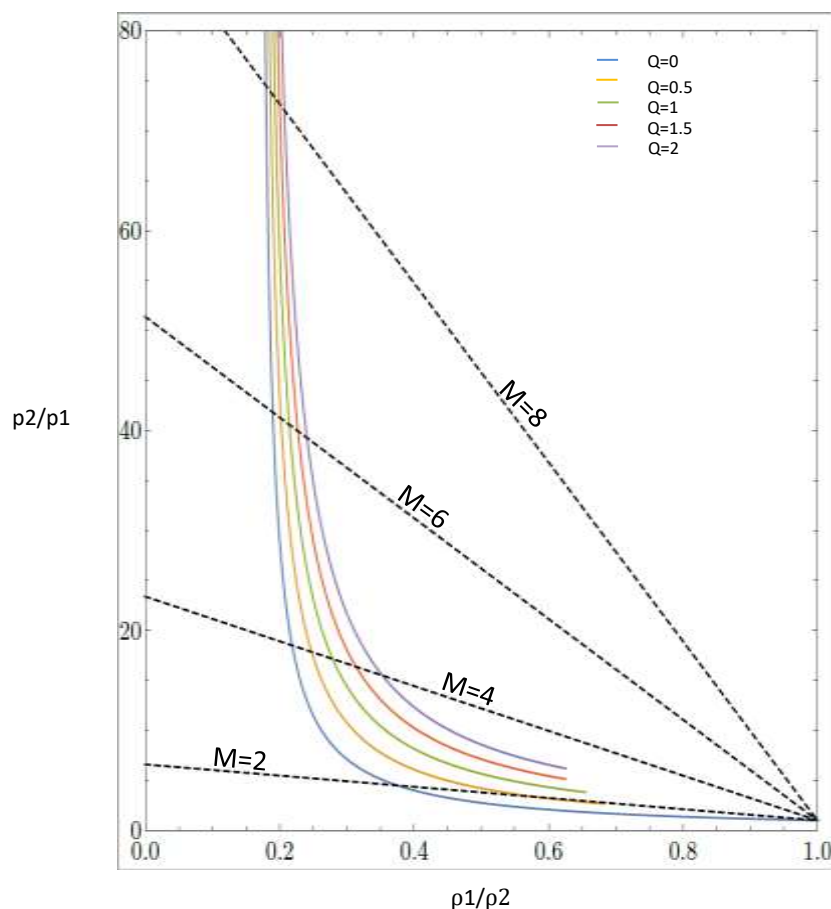


Figura 2.1: Curvas de Rankine-Hugoniot para distintos calores de reacción y líneas de Rayleigh para distintos valores del Mach.

Las propiedades del fluido inmediatamente detrás de la onda de choque quedan determinadas por la intersección de la línea de Mach con la curva de Rankine-Hugoniot correspondiente al caso estudiado.

Por ejemplo para una onda de choque desplazándose libremente en el aire donde no se produce ningún aporte externo de energía la curva de Rankine-Hugoniot a considerar en la figura 2.1 sería la de $Q=0$. Por otro lado, para estudiar la detonación en un explosivo el valor de Q dependerá del tipo de explosivo considerado, dado que Q depende directamente de la energía específica del mismo como ya se ha comentado anteriormente.

2.3. Relaciones de Rankine-Hugoniot GICP (Gas Ideal Caloríficamente Perfecto).

Con las ecuaciones descritas en apartado 2.2 tendríamos un sistema de cinco ecuaciones para calcular las 5 propiedades detrás de la onda, suponiendo conocidas las condiciones antes del paso de la onda. Para resolver estas ecuaciones vamos a suponer un gas ideal caloríficamente perfecto. De este modo se obtiene la ecuación de estado correspondiente a un GICP, expresando la entalpía como:

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} = \frac{a^2}{\gamma - 1} = \frac{\gamma RT}{\gamma - 1} \quad [2.5]$$

Además, podemos recombinar estas expresiones para tener las ecuaciones de salto explícitas en función del número de Mach como:

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} (u_1^2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{1}{2} (u_2^2)$$

Si multiplicamos y dividimos el segundo término por $(u_1 \rho_1)/u_2$ llegamos a la siguiente ecuación de segundo grado [2.6]:

$$-\frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2) + \frac{\gamma}{\gamma - 1} (-u_1 + u_2) v_2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_1}{\rho_1} \left(\frac{u_1 - u_2}{v_1} \right) = 0 \quad [2.6]$$

Esta ecuación tiene la solución obvia $u_1=u_2$, pero esta no representa ninguna discontinuidad, por lo que no se tendrá en cuenta. Si dividimos por u_1-u_2 operando y empleando las expresiones de la entalpía para un gas ideal y la entalpía de remanso se tiene que:

$$\frac{-1}{2}(u_1) - \frac{1}{2}(u_2) + \frac{\gamma}{\gamma-1}u_2 - \frac{h_1}{v_1} = 0$$

$$u_1 u_2 \left(\frac{-1}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) = h_{1rem}$$

Finalmente llegamos a una expresión que liga explícitamente la velocidad antes y después de la onda (Relación de Prandtl):

$$u_1 u_2 = \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} h_{1rem} \quad [2.7]$$

Reorganizando esta ecuación tenemos que:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2a^2}{(\gamma+1)v_1^2} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} = \frac{2M_1^2}{(\gamma+1)} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad [2.8]$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M_1^2}{(\gamma+1)} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad [2.9]$$

Las expresiones [2.7] y [2.8] son las ecuaciones de Rankine Hugoniot particularizadas para un gas ideal caloríficamente perfecto, formuladas en función del número de Mach y la relación de calores específicos. Éstas son las que se encuentran más habitualmente en la bibliografía técnica.

2.4. Detonaciones y relaciones de Rankine-Hugoniot GICP reactivas.

Una detonación se puede definir como una onda de choque supersónica en la que se produce la combustión de los reactivos. Esta combustión se produce de manera mucho más rápida que otros fenómenos de combustión (del orden de 10^5 veces más rápido que una llama común). El carácter supersónico viene determinado por una onda de choque que antecede a la zona de

quemado. La onda de choque provoca un aumento de la temperatura y la combustión espontánea de los reactivos.

Existen multitud de modelos distintos para describir las ondas de detonación, aunque el más común y empleado, por su simplicidad, es el modelo ZND en referencia a Yakov B. Zeldovich, John Von Neumann y Werner Döring. Este modelo establece que el fenómeno de la detonación se caracteriza como una onda de choque precursora seguida de una zona de reacción.

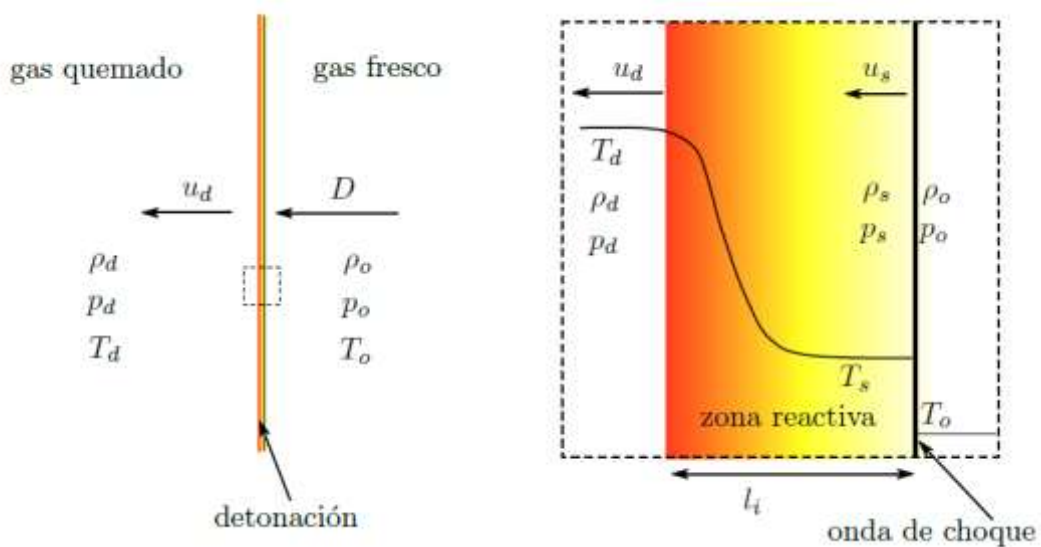


Figura 2.2: Evolución de las magnitudes termodinámicas al atravesar una detonación plana.

La detonación viaja con una velocidad D , superior a la del sonido. Las propiedades del fluido en reposo se indican como T_o , p_o y ρ_o . A través de la onda estas magnitudes varían de acuerdo con las ecuaciones de Rankine-Hugoniot calculadas en el apartado anterior hasta alcanzar las condiciones T_s , p_s y ρ_s . Por último el fluido sufre un cambio en las propiedades debido a la combustión de los reactivos T_d , p_d y ρ_d .

Si asumimos que tanto la onda de choque como la zona de reacción forman un único frente de espesor despreciable y que la reacción química se produce de manera casi instantánea tendremos el modelo de reacción infinitamente rápida propuesto por Chapman, Jouguet y Mikkelsen. Haciendo uso de estas simplificaciones podemos calcular las ecuaciones de Rankine-Hugoniot reactivas a partir de las ecuaciones de conservación [2.1] a [2.3] considerando que el calor específico a presión constante C_p y la relación de calores específicos γ no cambian sustancialmente. Y considerando un término de calor debido a la reacción en la entalpía de del aire en reposo, tenemos que:

$$\frac{u_d}{D} = \frac{\rho_0}{\rho_d} = \frac{1 + \gamma M_0^2}{(\gamma + 1) M_0^2} \pm \frac{\left[(M_0^2 - 1)^2 - 4 M_0^2 Q \right]^{0.5}}{(\gamma + 1) M_0^2} \quad [2.10]$$

$$\frac{P_d}{P_0} = \frac{1 + \gamma M_0^2}{(\gamma + 1)} \pm \frac{\gamma \left[(M_0^2 - 1)^2 - 4 M_0^2 Q \right]^{0.5}}{(\gamma + 1)} \quad [2.11]$$

Donde M_0 es el número de Mach de la onda de choque y Q es el calor liberado en forma adimensional $Q = \frac{\gamma^2 - 1}{2c^2} q$. Siendo q el calor específico del explosivo.

Como vemos estas ecuaciones presentan dos soluciones posibles, al igual que ocurría con las ecuaciones no reactivas. Éstas representan los puntos de corte de la curva de Rankine-Hugoniot con la línea de Rayleigh. Representando dos tipos de detonaciones: detonaciones fuertes y detonaciones débiles. De ellas, solamente una se puede producir durante una explosión. Para la ecuación [2.10] la solución real es la rama negativa y para la [2.11] la positiva.

Por ejemplo para una onda no reactiva, es decir $Q=0$, tenemos la solución trivial $P_s = P_0$ para la rama negativa y $\frac{P_d}{P_0} = \frac{2\gamma M_1^2}{(\gamma+1)} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$ para la positiva. Como vemos, esta segunda solución corresponde a las ecuaciones de salto descritas en el apartado anterior.

Además si analizamos las posibles soluciones de las expresiones [2.10] y [2.11] vemos que para un valor de $Q = \frac{(M_0^2 - 1)^2}{4M_0^2}$ el carácter bivalente desaparece. Esta solución corresponde al punto de corte tangente entre la línea de Rayleigh y la curva de Hugoniot, y da lugar a la condición de Chapman-Jouguet, la cual viene determinada por la condición sónica del flujo aguas abajo y por el hecho de que la onda está sustentada única y exclusivamente por la expansión producida por el calor de reacción.

Representando en una gráfica las soluciones reales posibles de las ecuaciones [2.10] y [2.11]:

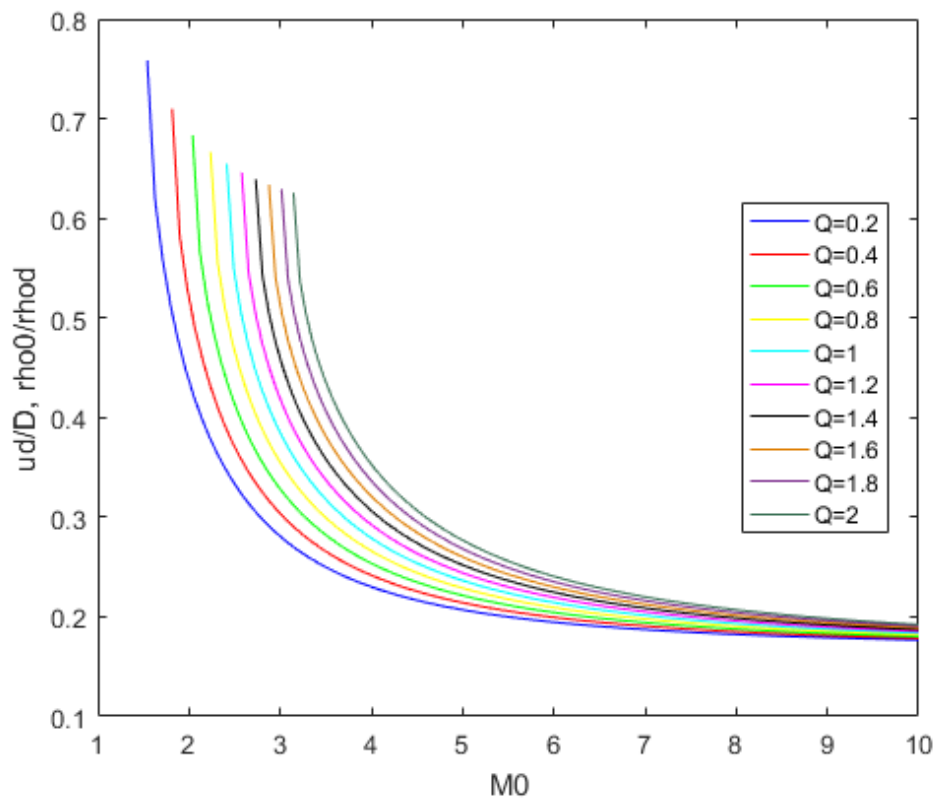


Figura 2.3: Representación de la solución real (rama negativa) para la ecuación [2.10].

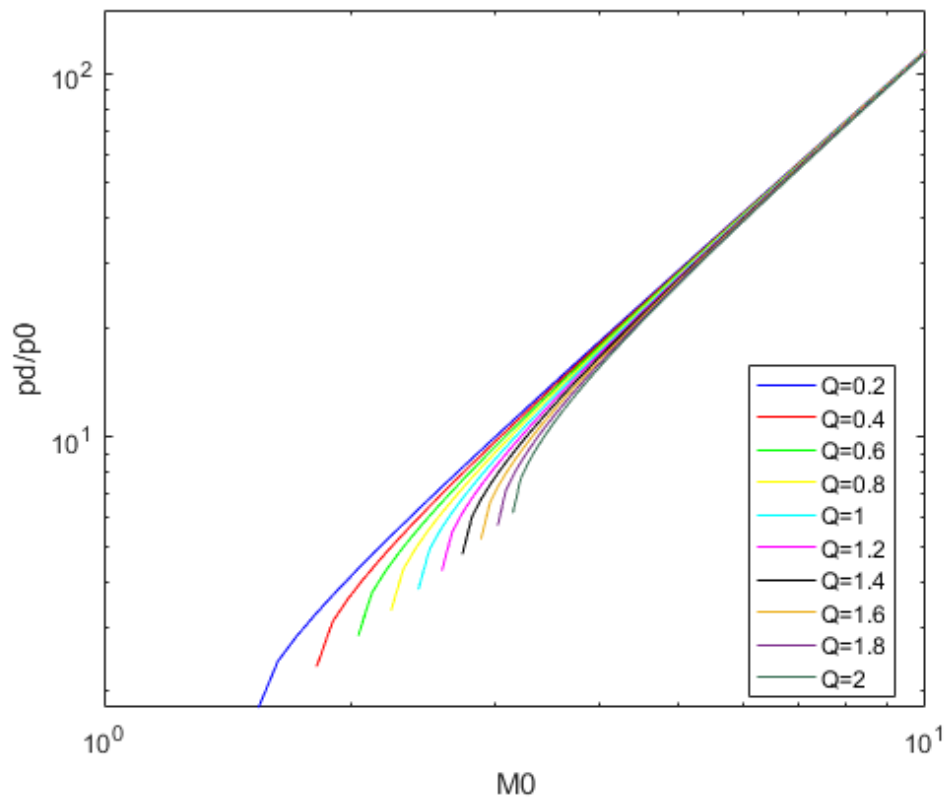


Figura 2.4: Representación de la solución real (rama positiva) para la ecuación [2.11].

Como vemos el número de Mach crítico aumenta al aumentar Q , ya que $M_{CJ} = \sqrt{Q} + \sqrt{1+Q}$.

Las relaciones antes y después de la onda de choque para la velocidad y la densidad (figura 2.3) tienden asintóticamente a un valor constante al aumentar el número de Mach (M_0). Por lo que las mayores diferencias entre las relaciones para distintos valores de Q se obtienen para valores de $M_0/M_{CJ} - 1 = O(1)$.

La relación de presiones antes y después de la onda está representada en la figura 2.4. Para la rama positiva se observan pequeñas diferencias en la misma al variar Q (detonaciones fuertes). La presión crece con el número de M_0^2 (pendiente 2 en la escala logarítmica). Por esta razón, es conveniente adimensionalizar la presión de abajo con $\rho_0 D_{CJ}^2$ en lugar de con p_0 , porque de esta forma el valor de p sí tiende a una constante para $M_0 \gg 1$.

Por otro lado si consideramos una detonación infinitamente fuerte, es decir $M_0 \gg 1$, y la condición de Chapman-Jouguet ($M_d=1$) las ecuaciones [2.10] y [2.11] se pueden simplificar obteniendo:

$$\frac{u_{CJ}}{D_{CJ}} = \frac{\rho_0}{\rho_{CJ}} = \frac{\gamma}{(\gamma + 1)} \quad [2.12]$$

$$\frac{p_{CJ}}{D_{CJ}^2 \rho_0} = \frac{1}{(\gamma + 1)} \quad [2.13]$$

Donde se han cambiado el subíndice “d” por “CJ” para indicar que esas propiedades corresponden a las propiedades después de la onda cuando esta cumple la condición de Chapman Jouguet.

Estas dos ecuaciones nos serán de gran ayuda más adelante para la resolución de la detonación en el explosivo solido realizando las hipótesis pertinentes.

CAPÍTULO 3

3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

En este capítulo se hace una introducción al problema planteado, se hace una descripción del modelo numérico y de los conceptos más importantes en los que se basa el código numérico empleado. También se recoge el procedimiento seguido para obtener la evolución de las magnitudes termodinámicas dentro del explosivo.

3.1 Introducción al problema

Como ya se ha comentado, se va a partir de un código en Matlab ya creado [1] y se va a tratar de mejorar las condiciones iniciales que determinan las propiedades del explosivo detonado para lograr simulaciones más precisas y realistas. Por tanto lo primero a realizar es entender qué es lo que hace el código y cómo lo hace.

La geometría del problema a resolver es la que se muestra a continuación:

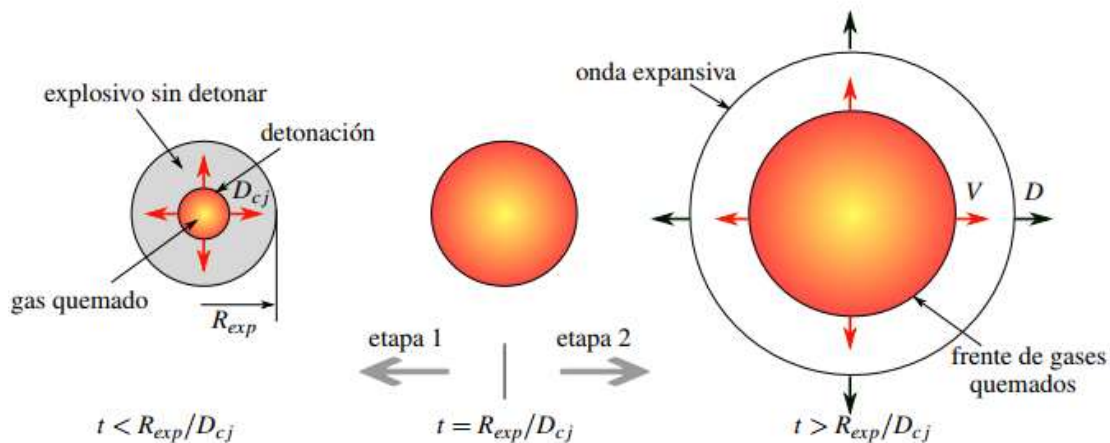


Figura 3.1: Esquema de la geometría del problema.

Como vemos en la figura 3.1, se tienen dos etapas bien diferenciadas, una primera etapa en la que se inicia la detonación y se inicia una onda de choque precursora de radio R_d y se propaga a velocidad de CJ (D_{CJ}) que antecede a una zona reactiva donde el explosivo se “quema” y pasa de estado sólido a estado gaseoso. Tanto la onda de choque como la zona reactiva viajan a través del sólido hasta límite del explosivo (R_{EXP}). Una vez ha reaccionado todo el explosivo ($t = R_{EXP}/D_{CJ}$) se inicia la etapa 2, toda la energía almacenada en el explosivo se transmite al aire y se produce una onda expansiva de radio R_w y velocidad D , que va viajando a través del aire debilitándose con el paso del tiempo hasta transformarse en una onda sonora y desapareciendo finalmente. También se produce una onda de rarefacción reflejada por el límite del explosivo que viaja hacia el interior del mismo. La dinámica del gas explosivo afectará por tanto a la evolución de la onda de choque y viceversa, provocando que la velocidad de propagación de la onda dependa de las propiedades físico-geométricas del gas detonado.

El código creado por Antanovskii simula únicamente la segunda etapa. Considera unas condiciones de presión, densidad constantes y velocidad nula dentro del explosivo y a partir de ahí simula la propagación de la onda expansiva dentro del aire.

El presente trabajo se centra especialmente en la primera etapa: en la determinación de los perfiles espaciales de las propiedades del fluido hasta $t = R_{\text{EXP}} / D_{\text{CJ}}$. El cálculo de las propiedades termodinámicas del explosivo, una vez ha detonado, puede abordarse un modo sencillo bajo los siguientes supuestos: la iniciación del explosivo se produce de manera puntual e instantánea desde el centro geométrico de la carga esférica, la detonación se propaga radialmente y está sustentada únicamente por el calor de la reacción (régimen de Chapman-Jouguet) y que los productos quemados se comportan como un gas ideal caloríficamente perfecto.

La primera hipótesis de las anteriormente citadas supone la restricción más fuerte ya que la ignición puede considerarse puntual e instantánea, pero la localización del foco de ignición podría no ser centrada. En cualquier caso, la propagación de la detonación a través del explosivo será, mientras no se alcancen los límites geométricos del mismo, predominantemente radial. La segunda hipótesis es válida cuando la velocidad del sonido en el gas detonado es mucho mayor que la velocidad del frente de detonación relativo a los productos detonados. Esto es así para los casos de interés de explosivos sólidos y líquidos. La validez de la tercera hipótesis depende del tipo de explosivo, y más en particular del tipo de gas generado detrás del frente. La forma en la que la energía interna se almacena en las partículas fluidas depende en gran medida de la composición química del gas. La suposición de gas perfecto es tanto más precisa cuanto más simples sean las moléculas que conforman los productos gaseosos. En cualquier caso, las ventajas analíticas derivadas de esta hipótesis nos permiten simplificar la formulación y la resolución del problema sin perder los ingredientes físicos esenciales.

Una vez computada la distribución espacial (radial en simetría esférica) de las propiedades termodinámicas de los gases productos teniendo en cuenta todas las hipótesis explicadas en el párrafo previo, ésta se usará como condición inicial en la simulación numérica del comportamiento de la onda expansiva (segunda etapa).

3.2. Dinámica de la onda expansiva en el aire

3.2.1. Método autosemejantes (Solución de Sedov y Taylor)

El estudio de las propiedades termodinámicas de un fluido inalterado tras el paso de una onda de choque fuerte producida por una repentina liberación de una enorme cantidad de energía procedente de una carga puntual es lo que se conoce como la onda de Sedov-Taylor.

Este tipo de explosión fue investigada con detalle y se obtuvieron soluciones analíticas completas para gases con γ constante partiendo de una distribución de densidad conocida (la solución autosemejante se puede encontrar en multitud de libros especializados). Esta hipótesis y su solución fueron de gran importancia durante el desarrollo de bombas nucleares a principio de los años 40 e incluso se emplea hoy en día como punto de partida para comprobar la validez de simulaciones más complejas.

En 1941 el departamento de seguridad civil del Reino Unido comentó a Taylor que muy probablemente fuese posible producir una bomba en la que se liberara una gran cantidad de energía a partir de la fisión nuclear. Taylor comenzó a estudiar los posibles efectos mecánicos que produciría esa bomba si se llegase a construir. En una bomba “convencional” la sobrepresión se producía por una repentina liberación de gas caliente en un espacio limitado y Taylor se preguntó si se producirían efectos similares en una fuente concentrada en la que no se libere gas. Todos estos estudios se recogen en su trabajo “The formation of a blast wave by a very intense explosion I. Theoretical discussion.” [41]. En este punto solo se recogerán los aspectos de mayor interés relacionados con este trabajo o que puedan ayudar a la mejor comprensión del mismo.

Taylor estudió un problema ideal muy simplificado donde una cantidad finita de energía es liberada repentinamente de una fuente infinitamente concentrada. Para este tipo de explosiones Taylor predijo que una bomba atómica solamente sería la mitad de eficiente en comparación con un combustible altamente explosivo que liberase la misma cantidad de energía.

El estudio de la propagación y decaimiento de una onda de choque en el aire para sobrepresiones no superiores a 2 atm ya fue objeto de estudio por parte de multitud de científicos anteriores a Taylor. Se obtuvo que para grandes radios de propagación de la onda, la presión caía proporcional a R^{-1} , como una onda sonora. Sin embargo para las zonas próximas al explosivo no se puede obtener una solución tan inmediata, ya que la onda produce un aumento en la entropía (que depende de la intensidad de la misma). Tras el paso de la onda por esta zona,

la entropía y la temperatura caen radicalmente por efecto de la expansión por lo que la densidad no es función únicamente de la presión en este punto. Por esta razón, en el sistema de ecuaciones planteado se debe conservar la posición inicial de cada partícula como variable, esto introduce una inmensa complicación a la hora de calcular la solución y ésta solamente se puede obtener aplicando el método de integración paso a paso. Sin embargo, debido a la simplicidad introducida en problemas planteados anteriormente (“Spherical detonation wave” (Taylor 1950) y “Air wave surrounding a uniformly expanding sphere” (Taylor 1946) [40]) donde se asume que la perturbación es similar independientemente del tiempo y varía únicamente sus dimensiones, animó a Taylor a aplicar esos mismos principios en la resolución de una onda producida por una explosión muy intensa a partir de un volumen ínfimo.

Debido a la simplificación considerada: liberación de energía instantánea ($\Delta t \rightarrow 0$) y local ($\Delta r \rightarrow 0$), el problema carece de escalas naturales de espacio y tiempo por lo que todas las variables pueden escribirse en función de una variable autosemejante.

Aplicando las ecuaciones de conservación calculó la velocidad y la presión del aire que rodea a la fuente y obtuvo que para una carga esférica el radio de la onda de choque que se propagaba hacia afuera de la carga estuviera relacionado con el tiempo mediante la ecuación:

$$R = S(\gamma) t^{\frac{2}{5}} E^{\frac{1}{5}} \rho^{-\frac{1}{5}} \quad [3.1]$$

A esta solución llegó empleando variables autosemejantes para la presión, densidad y velocidad. El proceso completo así como la solución exacta para $\gamma=1.4$ se encuentran recogidas en “The formation of a blast wave by a very intense explosion I. Theroetical discussion.”[40] Sin embargo me parece relevante detallar el cálculo para la obtención de la solución aproximada mediante análisis dimensional, ya que con esta estimación se puede obtener una idea de cómo se ajusta un tipo de explosión a la hipótesis de carga puntual. Y además sirve para demostrar el enorme poder del análisis dimensional y de las soluciones autosemejantes.

Supongamos que la presión tras la onda de choque es siempre mucho mayor que la presión antes del paso de la onda $P_2 \gg P_1$. Por tanto podemos suponer que P_1 no afecta a la solución y ésta entonces depende únicamente de la energía liberada E , de la densidad del fluido no alterado ρ_1 y del tiempo t . De este modo empleando el análisis dimensional tenemos que las unidades fundamentales de estas variables son:

$$[\rho_1] = \frac{M}{L^3}$$

$$[E] = \frac{ML^2}{T^2}$$

$$[t] = T$$

De estas variables la única con unidades de longitud que podemos construir es:

$$L = \left[\frac{Et^2}{\rho_1} \right]^{1/5}$$

Por tanto cualquier longitud o radio relevante (radio del frente de onda) del problema deberá depender de estas magnitudes. Si a continuación agrupamos términos constantes y tomamos logaritmos tenemos que:

$$R(t) = \left[\frac{Et^2}{\rho_1} \right]^{1/5} = ct^{2/5}$$

$$\ln(R) = \frac{2}{5} \ln(t) + \ln(c) \quad [3.2]$$

De este modo vemos que el radio depende directamente del tiempo. Por tanto si representamos el $\ln(R)$ frente al $\ln(t)$ para las simulaciones con condiciones constantes y ajustamos una recta podremos ver si su pendiente esta próxima a $2/5$ y así comprobar si esta hipótesis es válida o si es necesario obtener una solución distinta que describa mejor el comportamiento de la onda dentro y fuera del explosivo.

De hecho, esta misma comprobación se llevó a cabo en un estudio posterior de Taylor (“The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. II. The Atomic Explosion of 1945” [42]) con el experimento de la primera bomba atómica en Nuevo México (1945) (Ver Ilustración 3.1).

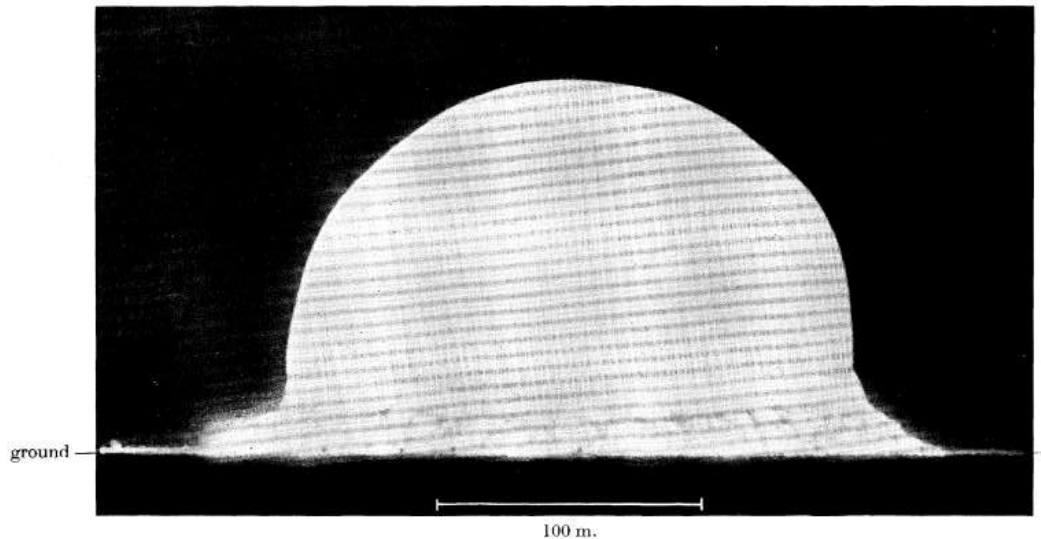


Ilustración 3.1: Experimento de la primera bomba atómica llevado a cabo en Nuevo México (1945). [42]

Con el uso de fotografías y midiendo el tiempo para cada una de ellas se representó $\ln(R)$ frente a $\ln(t)$ (Figura 3.2) y se observó que la expresión predicha a partir de la discusión teórica de 1945 era más que aceptable.

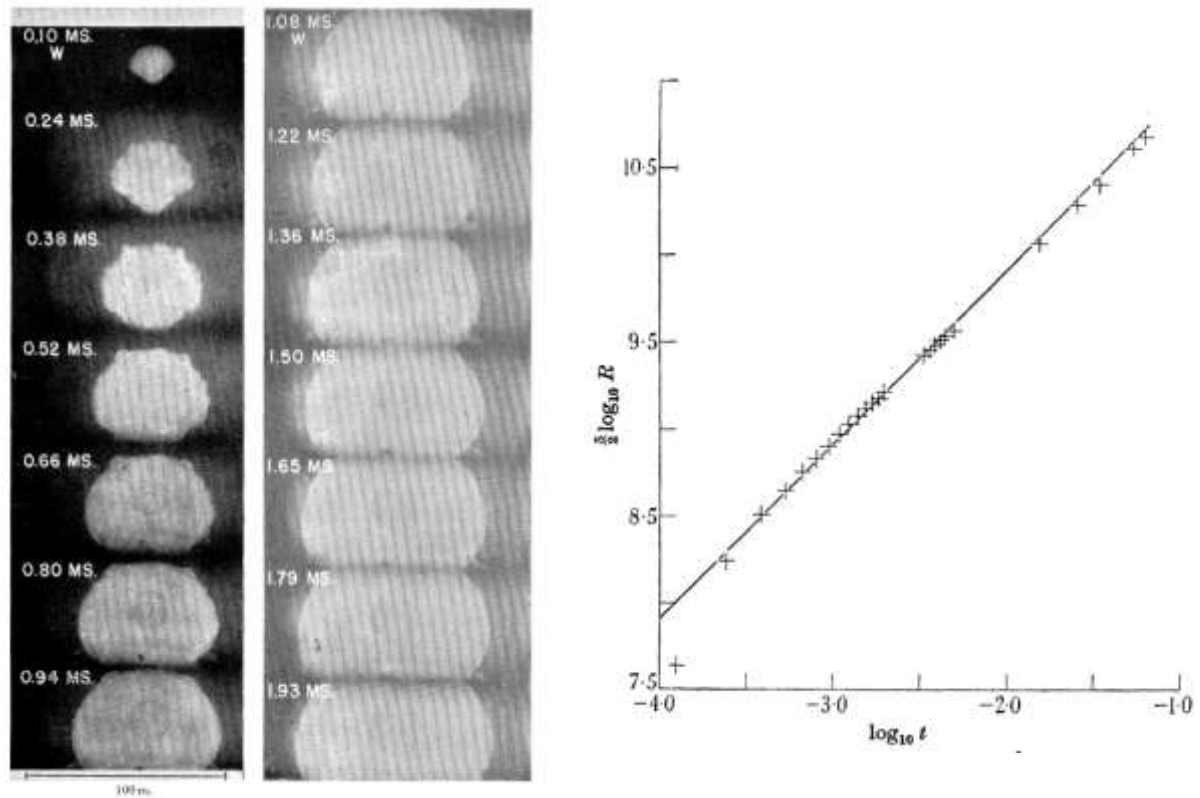


Figura 3.2: Representación de la evolución del radio de la onda de choque producida por la bomba atómica en función del tiempo.

[42]

En la gráfica se representa la evolución del radio de la explosión en función del tiempo obtenidos a partir de las fotografías de la misma figura. En el capítulo 4 de este trabajo se estudiará el motivo por el cual este análisis solo es válido para explosiones nucleares y no resulta preciso para explosivo químicos como el TNT.

3.2.2. Problema de Riemann

El problema de Riemann unidimensional es importante para entender la física detrás de las ondas de compresión y expansión, y además nos proporciona una expresión concreta para los flujos entre dos estados de gas separados por un plano infinito, que es precisamente en lo que se basa el código de resolución de Antanovskii (Desarrollado en el apartado siguiente).

Por ejemplo, supongamos un tubo unidimensional, en cuyo interior hay dos gases separados por una pared sólida. El gas de la izquierda tiene unas propiedades (ρ_l , v_l y p_l) y el de la derecha (ρ_r , v_r y p_r) con $p_r < p_l$. Si quitamos la pared, una onda de choque se propagará hacia la derecha y una onda de rarefacción se moverá hacia la izquierda.

Teniendo en cuenta que la velocidad es nula a la izquierda de la onda de rarefacción y a la derecha de la de choque, las soluciones para las propiedades del fluido al atravesar la onda de choque se obtienen a partir de las ecuaciones de Rankine Hugoniot (apartado 2.1). Además teniendo en cuenta que en la cola de la onda de rarefacción las condiciones tienen que ser las mismas que la solución para la onda de choque, tenemos que la presión y densidad para la zona de rarefacción son:

$$\frac{p}{p_l} = \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2} \frac{v}{C_l}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad [3.3]$$

$$\frac{\rho}{\rho_l} = \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2} \frac{v}{C_l}\right)^{\frac{2}{\gamma - 1}} \quad [3.4]$$

Donde C_l corresponde a la velocidad del sonido en las condiciones del gas a la izquierda de la pared sólida.

A continuación se muestran unas figuras con los resultados al resolver estas ecuaciones mediante un código genérico con unas condiciones ficticias, para dos estados (1 y 2) separados por un plano infinito, dadas por el propio Antanovskii en [1] para ilustrar este problema. Donde los estados del punto 1 son $(\rho_1, v_1 \text{ y } p_1) = (1, 0, 1)$ y los del punto 2 son $(\rho_2, v_2 \text{ y } p_2) = (0.125, 0, 0.1)$.

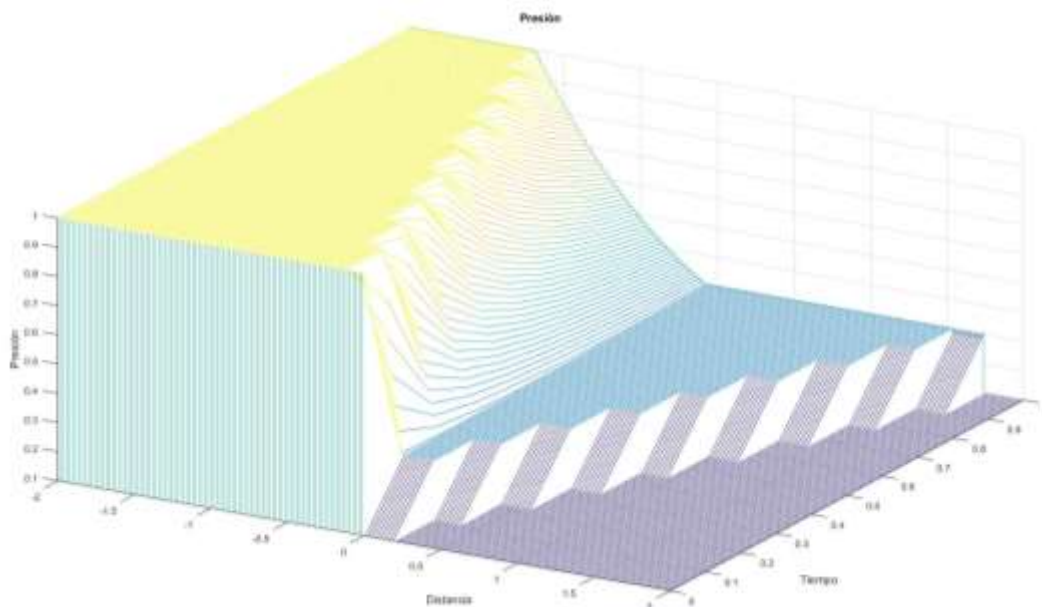


Figura 3.3: Solución para la presión del problema de Riemann en función del tiempo.

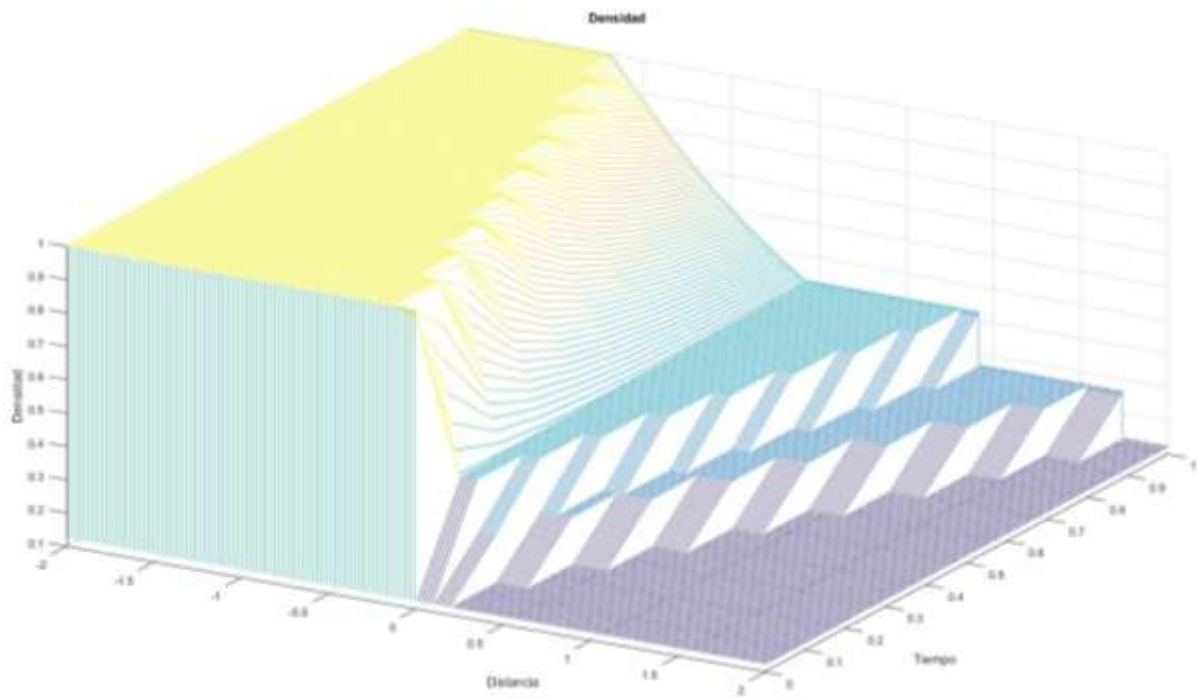


Figura 3.4: Solución para la densidad del problema de Riemann en función del tiempo.

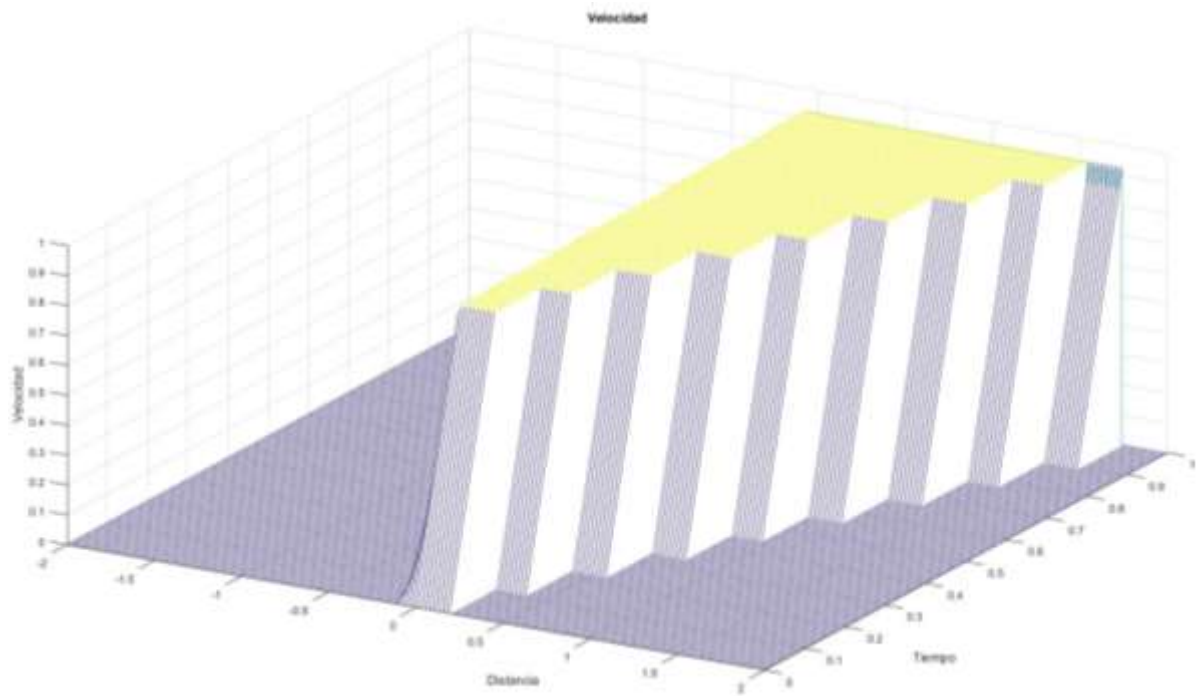


Figura 3.5: Solución para la velocidad del problema de Riemann en función del tiempo.

En estas figuras se representa las variables de interés (velocidad, densidad, presión) en el eje Z, el tiempo en el eje X y la distancia en el eje Y. Observando con más detalle la figura 3.3 se tiene que en $X=0$ y $Y=0$ se retira el plano que separa ambos estados del gas, se produce, por tanto, una onda de choque que viaja hacia valores de X positivos y una onda de rarefacción hacia valores de X negativos.

Las superficies amarillas y azul oscuro representan el estado del fluido a la izquierda y derecha respectivamente del plano que separa ambos. Las superficies representadas de un azul más claro corresponden a estados intermedios que se obtienen a partir de las ecuaciones de Rankine-Hugoniot (Apartado 2.2) o de las ecuaciones para la onda de rarefacción (Ecuaciones 3.3 y 3.4) detalladas anteriormente.

3.2.3. Método y modelo numérico.

El modelo numérico se basa en la discretización del dominio fluido en un número de celdas N_C , cada una de ellas con un volumen V_i y una superficie S_i . Si nos fijamos en las ecuaciones de conservación en forma integral del anexo, despreciando los efectos de viscosidad, fuerzas másicas y calores externos, podemos expresar el estado del gas y los flujos como:

$$S_i = \frac{1}{V_i} \int_{\Sigma V_i} \left[\rho, \rho \vec{v}, \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \right] dV = \int_{\Sigma S_i} \left[\rho \vec{v} \cdot \vec{n}, \rho \vec{v} \vec{v} \cdot \vec{n} + p \vec{n}, \left(e + \frac{v^2}{2} \right) + p \right] d\sigma = R_i \quad [3.5]$$

Por tanto, esencialmente tenemos un sistema de ecuaciones de la siguiente forma: $\frac{dS_i}{dt} = R_i$.

Para completar este sistema, se debe expresar los flujos R_i en función de los estados del fluido S_i . Esto es precisamente lo que se consigue mediante la resolución del problema de Riemann explicado en el apartado anterior. Con el código de resolución de Riemann se puede determinar el flujo entre dos celdas en contacto conociendo el estado del fluido en una de ellas y suponiendo que estos estados o propiedades no cambian significativamente entre celdas.

A partir de estos conceptos e implantando el método iterativo Newton Raphson, Antanovskii creó el código numérico para simular la propagación de una explosión simétrica esférica en dos o tres dimensiones, expresando las ecuaciones de conservación en coordenadas cilíndricas de la siguiente forma:

- Conservación de masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{r} \frac{\partial(r \cdot v_r)}{\partial r} + \frac{\rho}{r} \frac{\partial(v_\vartheta)}{\partial \vartheta} + \frac{\rho}{r} \frac{\partial(v_z)}{\partial z} = 0$$

Dado que $v_\vartheta = v_z = 0$, y considerando a partir de ahora que $v_r = v$ tenemos que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{r} \left[\frac{\partial(v_r)}{\partial r} \cdot r + \frac{\partial(r)}{\partial r} \cdot v_r \right] = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial r} + \frac{\rho v v}{r} = 0 \quad [3.6]$$

Donde v vale 0 en el caso de que el problema sea unidimensional, 1 en el caso de que sea bidimensional y 2 si es tridimensional. De este modo el código es totalmente genérico y se puede adaptar al tipo de simulación requerido. En principio se va a trabajar para una explosión tridimensional, y estas expresiones se simplificarán considerando las condiciones de simetría de este problema (simetría radial esférica).

- Conservación cantidad de movimiento:

Despreciando de nuevo los términos de viscosidad y fuerzas másicas

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

Despejando $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ de la ecuación de conservación de la masa y sustituyendo:

$$\frac{\partial(v\rho)}{\partial t} - v \left[-\frac{\partial \rho v}{\partial r} - \frac{\rho v v}{r} \right] + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial(v\rho)}{\partial t} + v \frac{\partial \rho v}{\partial r} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\rho v v}{r} = 0$$

$$\frac{\partial(v\rho)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r}[\rho v^2 + p] + \frac{\rho v v}{r} = 0 \quad [3.6]$$

- Ecuación de la energía: despreciando la disipación viscosa y los calores transmitidos al fluido por reacción, conducción o radiación.

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{v^2}{2} \right) = - \frac{\partial p v}{\partial r}$$

Operando y sustituyendo $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ de la ecuación de conservación de masa y sustituyendo $\varepsilon = \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right)$ se llega a la expresión:

$$\frac{\partial(\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}[(v(\varepsilon + p))] + \frac{\varepsilon v v}{r} = 0 \quad [3.7]$$

3.3. Dinámica de la onda en el explosivo.

3.3.1. Cálculo de la detonación dentro del explosivo.

Como ya se ha comentado el código creado por Antanovskii simula únicamente la segunda etapa de propagación de la onda, es decir a través del aire. Considera unas condiciones de presión y densidad constantes y velocidad nula dentro del explosivo, a partir de ahí simula la propagación de la onda dentro del aire.

Por condición de conservación esto no es posible, por tanto se va a proceder al cálculo de unos perfiles de presión, densidad y velocidad dentro del explosivo (etapa 1) de acuerdo al modelo ZND, suponiendo que las variables fluidodinámicas solo varían radialmente y que los procesos disipativos son despreciables. Por tanto las ecuaciones de conservación a emplear son las correspondientes a fluidos no viscosos e isentrópicos.

Para ello partiendo de las ecuaciones de conservación en cilíndricas y suponiendo que la onda viaja a una velocidad determinada por la condición CJ (D_{CJ}):

- Conservación de masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial r} + \frac{2\rho v}{r} = 0 \quad [3.8]$$

- Conservación cantidad de movimiento:

Despreciando de nuevo los términos de viscosidad y fuerzas másicas

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad [3.9]$$

- Ecuación de la energía: Supondremos que el explosivo detonado se puede modelar como un gas perfecto. Además despreciando la disipación viscosa y los calores transmitidos al fluido por conducción o radiación. Y expresando la ecuación en función de la entropía:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = 0 \rightarrow \frac{Ds}{Dt} = 0 \rightarrow \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{v \partial s}{\partial r} = 0 \rightarrow \frac{p}{\rho^\gamma} = cte \quad [3.10]$$

Donde ρ es la densidad, p es la presión, s la entropía y u la velocidad de las partículas medida en un sistema de referencia en el que el aire está en reposo.

Como se ha comentado la detonación viaja a velocidad constante a través del explosivo (D_{CJ}), lo que permite deducir que la entropía es constante en todo el gas quemado. Además como la iniciación, a efectos prácticos, puntual e instantánea, la formulación del problema carece de escalas temporales y espaciales características. Esto permite escribir el sistema de ecuaciones en función de variables adimensionales.

De esta manera, se adimensionalizan estas ecuaciones, para ello se va a utilizar la densidad del explosivo $\rho_0 = 1600 \text{ kg/m}^3$, la velocidad de la detonación y $D_{CJ} = 8500 \text{ m/s}$.

Posteriormente como condición de contorno se empleará la velocidad, presión y densidad de la onda en condiciones de CJ: $\rho_{cj} = 2133.3 \text{ kg/m}^3$, $P_{cj} = 28.9e9 \text{ Pa}$, $v_{cj} = 2125 \text{ m/s}$. (Datos extraídos de libro “Detonation: Theory and Experiment” de Fickett y Davis [20]). Estos datos se usarán para comprobar los resultados obtenidos de las expresiones [2.12] y [2.13], ya que a partir de estas expresiones se obtienen precisamente las propiedades del fluido bajo la condición de Chapman-Jouguet.

De este modo creamos la variables adimensionales: $\xi = \frac{r}{D_{CJ}t}$ $\tilde{p} = \frac{p}{D_{CJ}^2 \rho_0}$ $\tilde{v} = \frac{v}{D_{CJ}}$ $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$
 $\tilde{c} = \frac{c}{D_{CJ}}$

Por otro lado, los términos en derivadas parciales se pueden expresar en función de esta nueva variable ξ empleando la regla de la cadena. De este modo tenemos que:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{-r}{D_{CJ}t^2} \frac{d}{d\xi} = \frac{-\xi}{t} \frac{d}{d\xi}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{-1}{D_{CJ}t} \frac{d}{d\xi}$$

Empleando la nueva variable ξ podemos expresar las ecuaciones de conservación de forma adimensional.

- Masa:

$$-\xi D_{CJ} \frac{d\rho}{d\xi} + v \frac{d\rho}{d\xi} + \rho \frac{dv}{d\xi} + \frac{2\rho v}{\xi} = 0$$

Expresando todas las variables de forma adimensional, la ecuación de conservación de masa dentro del explosivo sólido es:

$$\frac{d\tilde{\rho}}{d\xi}(\tilde{v} - \xi) + \tilde{\rho} \frac{d\tilde{v}}{d\xi} + \frac{2\tilde{\rho}\tilde{v}}{\xi} = 0 \quad [3.11]$$

- Conservación movimiento:

$$\frac{-\xi}{t} \frac{dv}{d\xi} + \frac{v}{D_{CJ}t} \frac{dv}{d\xi} + \frac{1}{\rho} \frac{1}{D_{CJ}t} \frac{dp}{d\xi} = 0$$

$$\frac{d\tilde{v}}{d\xi}(\tilde{v} - \xi) + \frac{1}{\tilde{\rho}} \frac{d\tilde{p}}{d\xi} = 0 \quad [3.12]$$

- Energía:

$$\frac{ds}{d\xi} = 0 \rightarrow \frac{p}{\rho^\gamma} = cte \rightarrow \frac{d}{d\xi} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0$$

$$\frac{1}{\rho^\gamma} \frac{dp}{d\xi} - \frac{\gamma p}{\rho^{\gamma+1}} \frac{d\rho}{d\xi} = 0 \rightarrow \frac{p}{\rho^\gamma} \left[\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\xi} - \frac{\gamma}{\rho} \frac{d\rho}{d\xi} \right] = 0$$

Finalmente expresando todas las variables de forma adimensional:

$$\frac{d\tilde{p}}{d\xi} = \tilde{c}^2 \frac{d\tilde{\rho}}{d\xi} \quad [3.13]$$

A continuación recombinaamos las expresiones para obtener los términos de derivadas explícitos en función de otros parámetros conocidos. Esto se debe a que el integrador empleado para la resolución de ecuaciones diferenciales no resuelve ecuaciones en las que se exprese una derivada en función de otra.

De la ecuación de la energía despejamos $\frac{d\tilde{p}}{d\xi}$ y lo introducimos en la ecuación de cantidad de movimiento, de esta forma tenemos:

$$\frac{d\tilde{v}}{d\xi} (\tilde{v} - \xi) + \frac{\tilde{c}^2}{\tilde{\rho}} \frac{d\tilde{\rho}}{d\xi} = 0$$

Multiplicando ambos lados de la igualdad por $(\tilde{v} - \xi)$:

$$\frac{d\tilde{\rho}}{d\xi} (\tilde{v} - \xi) = - \frac{d\tilde{v}}{d\xi} (\tilde{v} - \xi)^2 \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{c}^2}$$

Sustituyendo el término $\frac{d\tilde{\rho}}{d\xi} (\tilde{v} - \xi)$ de la ecuación de conservación de la masa:

$$\frac{d\tilde{v}}{d\xi} = \frac{2\tilde{v}\tilde{c}^2}{\xi} \frac{1}{(\tilde{v} - \xi)^2 - \tilde{c}^2} \quad [3.14]$$

De modo similar despejamos $\frac{d\tilde{p}}{d\xi}$ y utilizamos la expresión de $\frac{d\tilde{v}}{d\xi}$ calculada anteriormente para tener una ecuación explícita.

$$\frac{d\tilde{p}}{d\xi} = \frac{(\tilde{v} - \xi)\tilde{\rho}2\tilde{v}\tilde{c}^2}{\xi} \frac{1}{(\tilde{v} - \xi)^2 - \tilde{c}^2} \quad [3.15]$$

Por ultimo de la ecuación de la energía tenemos que:

$$\frac{d\tilde{p}}{d\xi} = \frac{(\tilde{v} - \xi)2\tilde{\rho}\tilde{v}}{\xi} \frac{1}{(\tilde{v} - \xi)^2 - \tilde{c}^2} \quad [3.16]$$

Estas ecuaciones diferenciales [3.14 -3.16] se van a resolver considerando que todo el explosivo se ha quemado, de esta forma se puede considerar el explosivo como un gas y se puede emplear una ecuación de estado de gas ideal. Así se comete un error en la zona en la que la reacción no se ha completado al 100%, sin embargo ésta es tan pequeña en comparación con el radio del explosivo $\frac{l_r}{R_s} \ll 1$, que los perfiles en la zona de reacción se pueden considerar iguales a los de la zona de reacción completa. En la figura siguiente se muestra la variación de los perfiles si se tuviera en cuenta la zona de reacción.

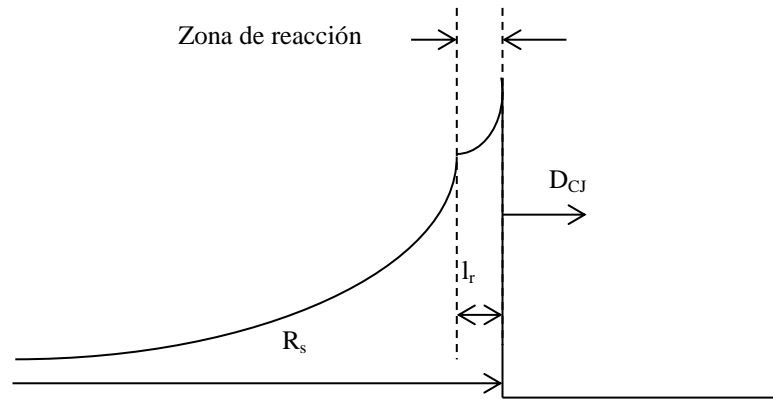


Figura 3.6: Esquema de la evolución de la detonación y zona de reacción dentro del explosivo.

Por tanto integrando, con la ayuda de Matlab y Python (Código al final del documento), considerando las siguientes condiciones de contorno: en $\xi = 1$ $\tilde{p} = \frac{p_{CJ}}{D_{CJ}^2 \rho_0}$ $\tilde{v} = \frac{v_{CJ}}{D_{CJ}}$ $\tilde{\rho} = \frac{\rho_{CJ}}{\rho_0}$, es decir en $\xi = 1$ las propiedades varían de acuerdo a las relación de salto de Rankine-Hugoniot en condición de Chapman-Jouguet, se tiene la siguiente distribución radial para las variables adimensionales de presión, densidad y velocidad. Estas graficas son independientes de la cantidad de explosivo y de tiempo. En la gráfica 3.7 se tiene que en $\xi = 1$ todas las variables adimensionales valen 1 porque se han escalado con las propiedades justo detrás de la onda (CJ).

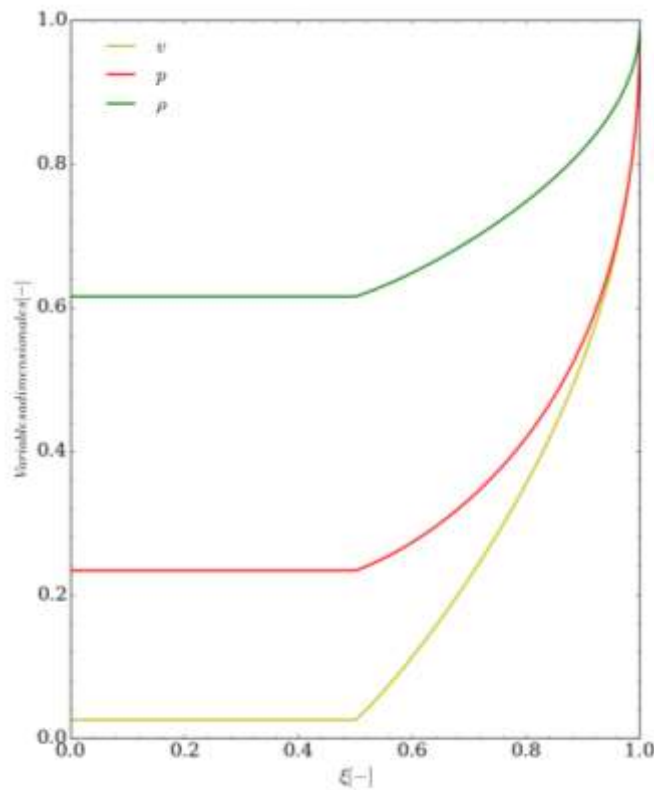


Figura 3.7: Evolución de las variables adimensionales de presión, densidad y velocidad en función de la variable adimensional del radio (ξ).

Deshaciendo el cambio de variable inicial, introduciendo el radio correspondiente a la cantidad de explosivo a simular, se transforman los perfiles adimensionales en perfiles con las dimensiones propias de la magnitud calculada. A continuación se muestran los perfiles para una cantidad de 960 kg de TNT.

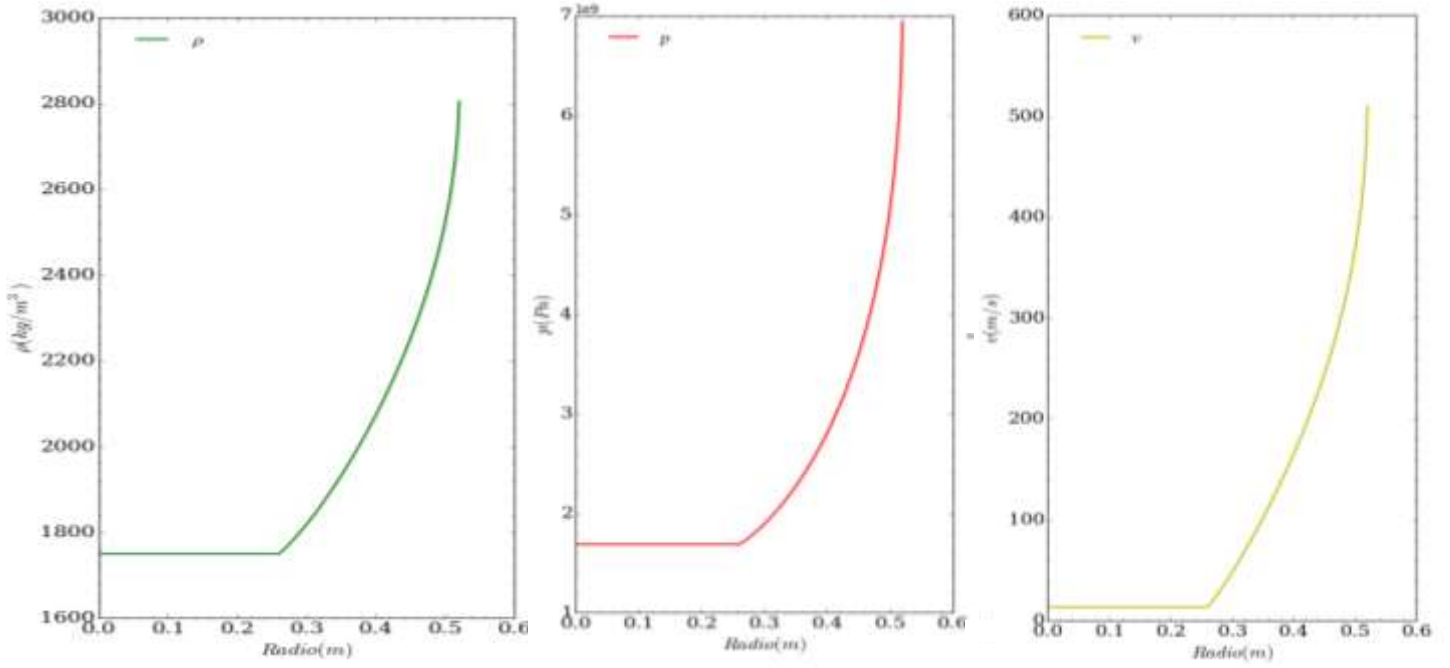


Figura 3.8: Evolución de las magnitudes termodinámicas en función del radio del explosivo para 960 kg de TNT.

Una vez se han calculado la presión, velocidad y densidad dentro del explosivo en función del radio del mismo, es necesario comprobar que la energía que deja detrás la onda es la misma independientemente de que las propiedades varíen o no dentro del explosivo.

La energía total liberada se calcula como:

$$E = \iiint \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV = 4\pi \int_0^R \rho(r) \left[\frac{1}{\gamma - 1} \frac{p(r)}{\rho(r)} + \frac{1}{2} v^2(r) \right] r^2 dr$$

$$E = 4\pi \int_0^R \left[\frac{1}{\gamma - 1} p(r) + \frac{1}{2} v^2(r) \rho(r) \right] r^2 dr \quad [3.17]$$

Resolviendo esta expresión, a partir de los perfiles calculados en función de r se obtiene la siguiente gráfica. Además se obtiene que la energía total y el calor específico que deja detrás la onda para las distintas cantidades de TNT. También se puede calcular, a modo de comprobación, el valor de la velocidad de la onda en condición de CJ (D_{cj}) de la siguiente forma:

$$D_{cj} = [(1 + q_{adim})^{0.5} + q_{adim}^{0.5}] c_0$$

Donde c_0 corresponde con la velocidad de propagación del sonido en el explosivo y q_{adim} corresponde a la energía en forma adimensional, que se calcula como:

$$q_{adim} = \frac{(\gamma^2 - 1)}{2c_0^2} q_{cal}$$

Donde q_{cal} es la energía por unidad de masa obtenida del código creado en Python.

Finalmente tenemos los siguientes resultados:

M(Kg)	Ekin(MJ)	Eint(MJ)	Etot(MJ)	Comprobación energía total específica (MJ/kg)	qadim	Comprobación Dcj (m/s)
1	0,487	4,025	4,512	4,512	153,398	8510,218
25	12,137	100,410	112,547	4,502	153,061	8500,882
100	48,520	401,408	449,928	4,499	152,973	8498,445
960	471,622	3901,741	4373,363	4,556	154,887	8551,286
6700	3259,242	26963,763	30223,004	4,511	153,368	8509,374
22000	10999,941	91002,689	101002,640	4,591	156,092	8584,380

Tabla 3.1: Resumen de los resultados de la energía total (MJ), específica (MJ/kg) y velocidad de propagación (m/s) para distintas cantidades de TNT.

Como se observa en la tabla 3.1, el valor de la energía específica para cualquier cantidad de explosivo está muy próximo al valor experimental tabulada en libros técnicos cuyo valor es $E_{teórica}=4.5$ MJ/kg. Además vemos que la velocidad de propagación de la onda en el TNT también se aproxima al valor teórico de 8500 m/s por lo que, de esta forma, nos aseguramos que el procedimiento de cálculo anterior es correcto.

Como puede deducirse de la figura 3.9 la energía cinética generada en el explosivo detonado es significativamente menor que la energía interna depositada en el medio. Además, de toda la esfera expansiva que sigue a la detonación, los gases situados en un radio inferior a $\xi < 1/2$, o $r < 1/2 D_{CJ}$ para un tiempo $t < R_{EXP}/D_{CJ}$, permanecen estáticos.

Esta cualidad sirve para despreciar la contribución de la energía cinética en las condiciones iniciales que originalmente el código emplea. No obstante, con el objetivo de mejorar la precisión de las simulaciones, tanto la energía cinética como interna (ambas no homogéneas) se tendrán en cuenta en el apartado 4.2.

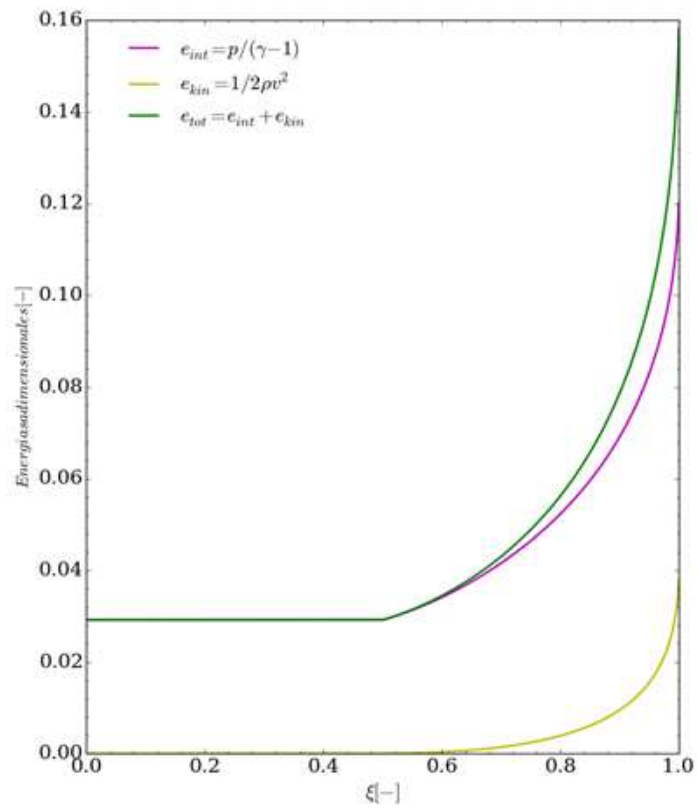


Figura 3.9: Evolución de las variables adimensionales de energía cinética, interna y total en función del radio adimensional (ξ).

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS.

En este capítulo se recogen los resultados de todas las simulaciones, suponiendo unas propiedades constantes y unos perfiles dentro del explosivo. Se analiza la sensibilidad y la convergencia de la malla. Y se comparan los resultados entre sí y con los datos experimentales obtenidos por Charles Needham en [34].

4.1 Simulación de distintas cantidades de explosivo con condiciones constantes

Una vez calculada la distribución espacial de las propiedades fluidodinámicas se procedió a la simulación de la propagación del aire a través del aire (Etapa 2). Inicialmente y como punto de referencia, se simuló, para distintas cantidades de explosivo, considerando unas condiciones constantes dentro del explosivo. Únicamente se modificaron las propiedades del explosivo, tomando una densidad de $\rho_{\text{TNT}} = 1600 \text{ kg/m}^3$ y una velocidad de propagación de la onda a través del sólido de $D = 8500 \text{ m/s}$. (Datos extraídos de libro “Detonation: Theory and Experiment” de Fickett y Davis [20]).

A continuación se muestran la distribución espacial de la densidad, presión, velocidad y temperatura en el aire para diferentes tiempos obtenidas para 6700 kg y un número de puntos $NX = 2500$, para ilustrar el comportamiento de la onda en su propagación. Al variar la cantidad de explosivo, el comportamiento no varía, simplemente varía la escala del problema.

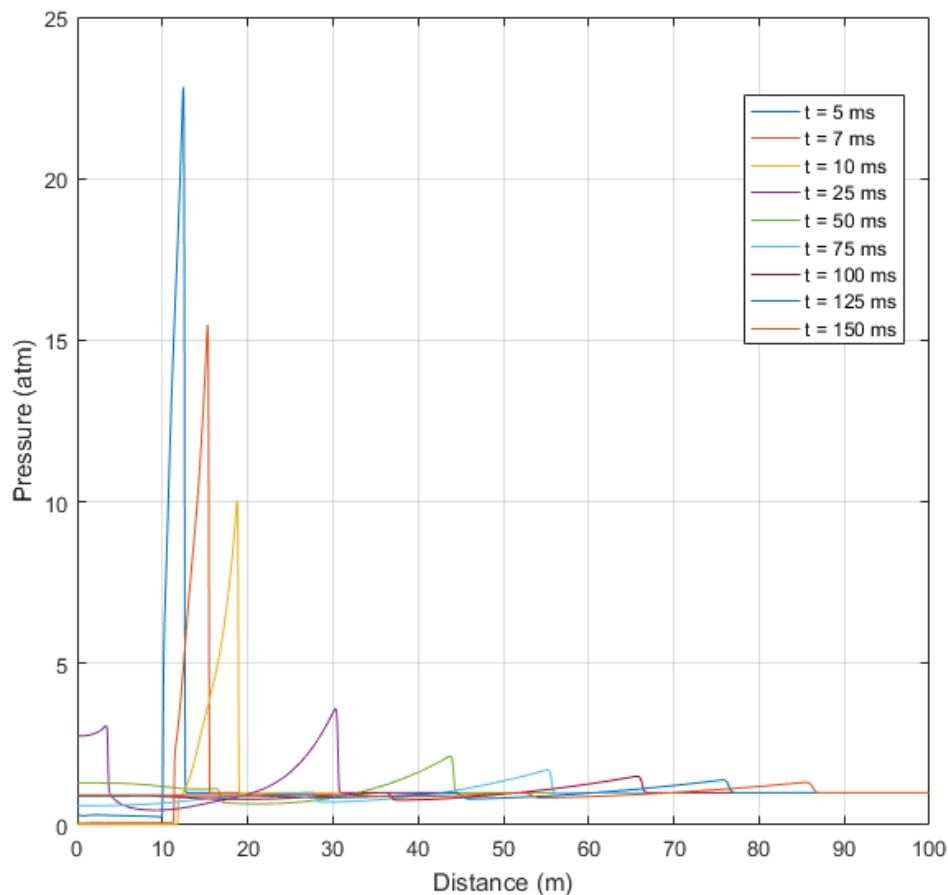


Figura 4.1: Representación de la evolución de la presión de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.

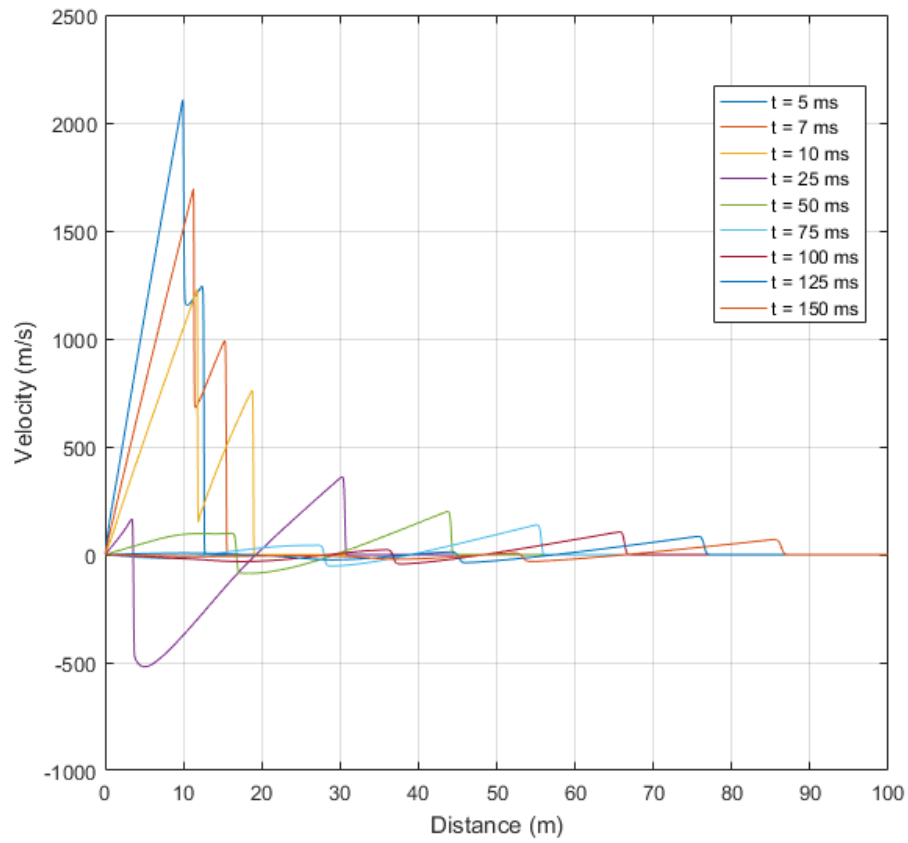


Figura 4.2: Representación de la evolución de la velocidad de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.

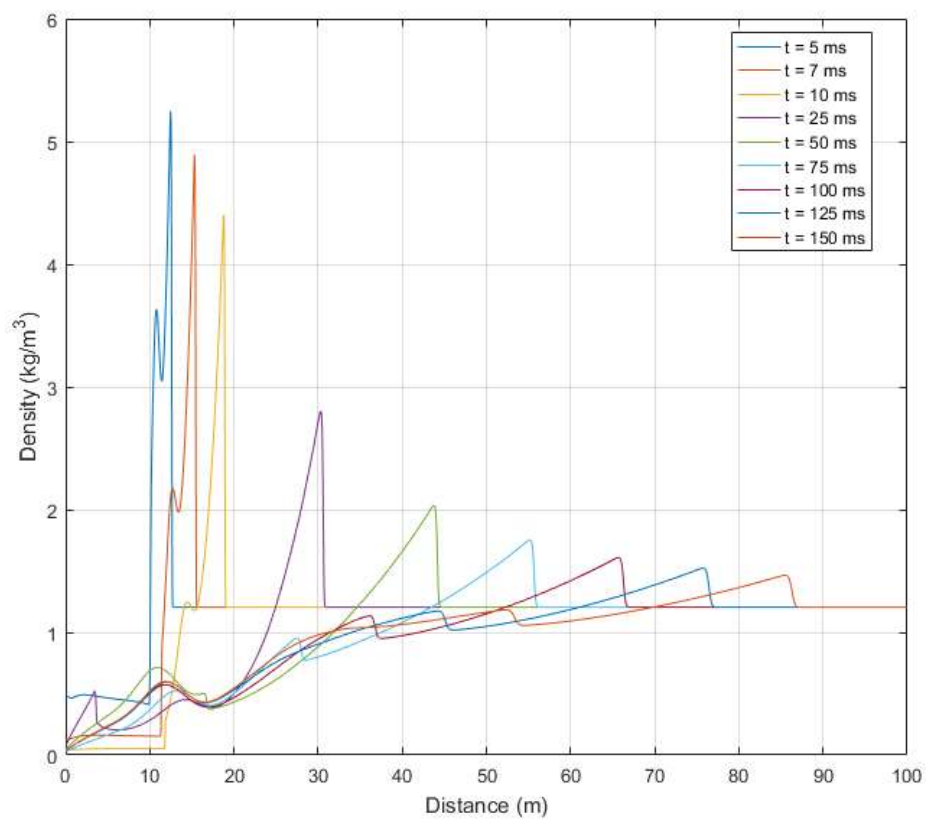


Figura 4.3: Representación de la evolución de la densidad de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.

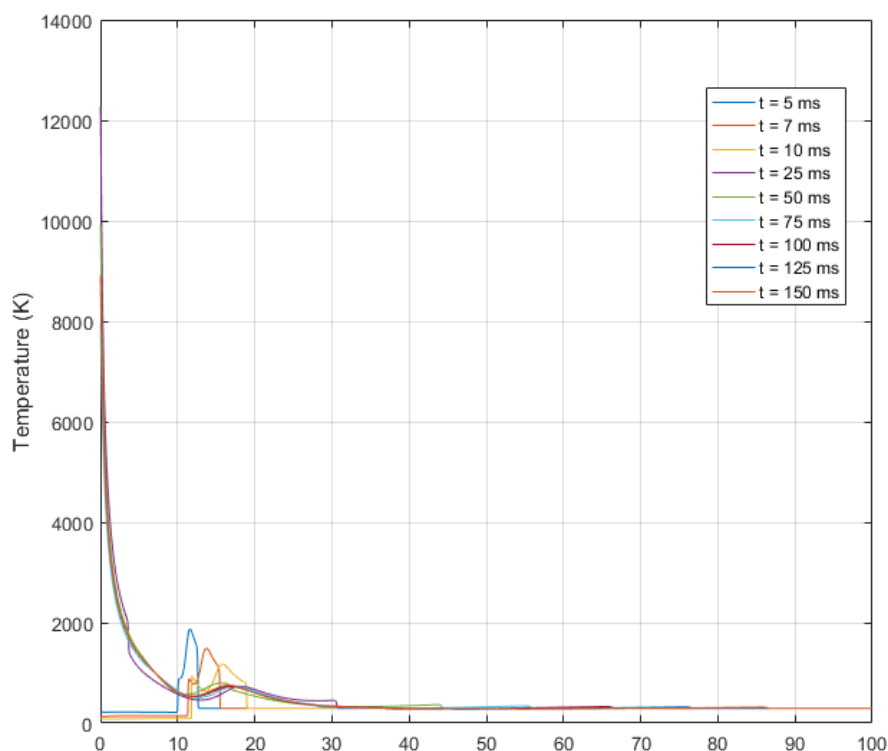


Figura 4.4: Representación de la evolución de la temperatura del aire tras el paso de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando unas condiciones constantes en el explosivo.

Estas graficas muestran el comportamiento del fluido a partir de que la onda de detonación llega al límite del explosivo. Se puede ver la onda de choque avanzando con el paso del tiempo y a su vez también se puede observar el efecto de la rarefacción puede verse en los diferentes paneles de la figura 3, donde existen zonas de velocidad negativa y de presión inferior a la atmosférica cerca del centro.

Resulta de gran interés estudiar la variación del pico de presión en función de la posición de la onda de choque. Este análisis se re realizara en los siguientes apartados para un rango amplio de cargas de TNT. Los datos de las simulaciones se compararán con datos experimentales.

4.1.1 Análisis de convergencia y errores cometidos

Antes de comparar los resultados obtenidos es necesario comprobar la validez y fiabilidad de las simulaciones. Para ello, para cada cantidad de explosivo, se procedió a simular modificando el dominio computacional para comprobar si los resultados varían significativamente.

De este modo se obtuvo la gráfica que se recoge en la siguiente página.

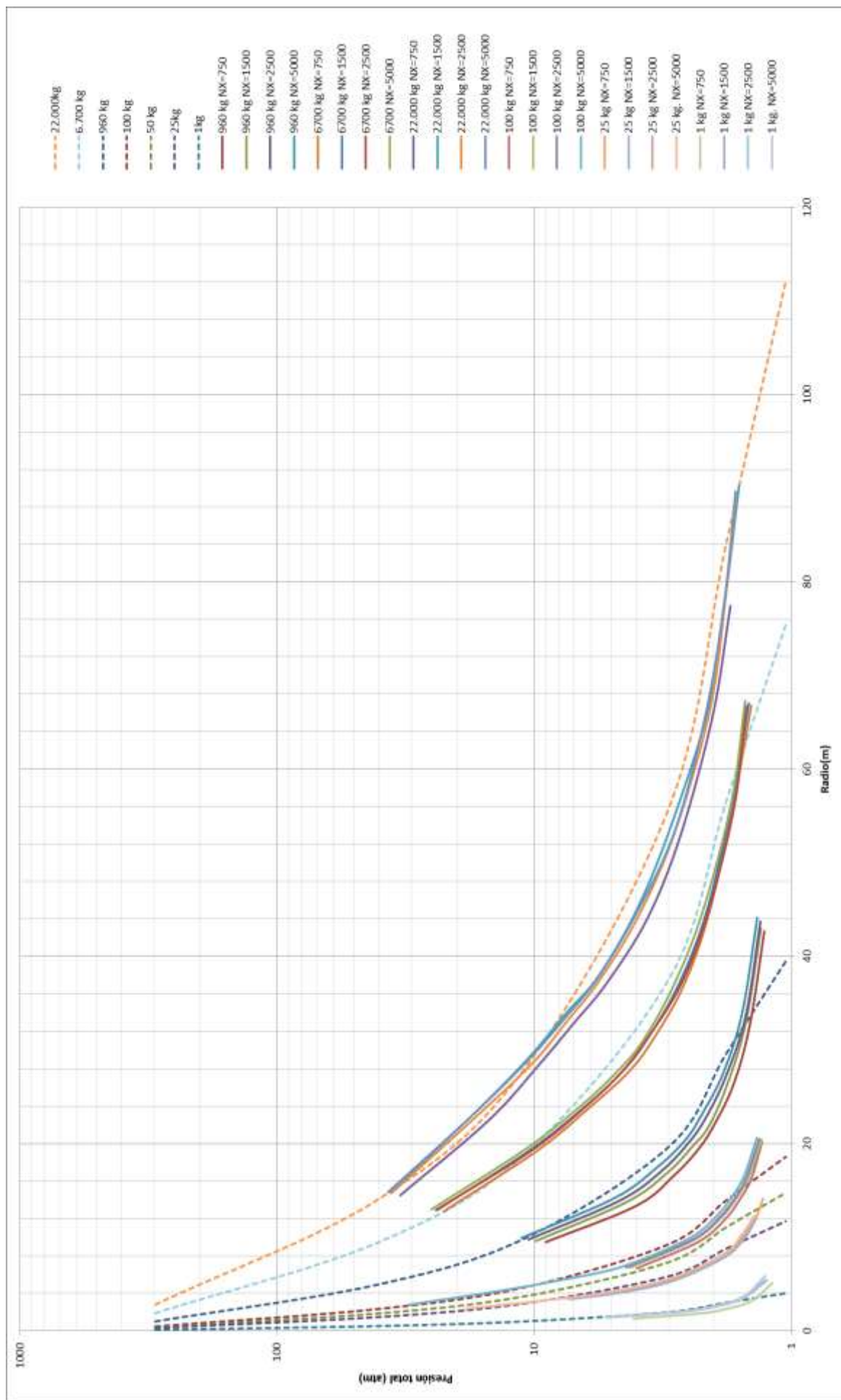


Figura 4.5: Representación de los picos de sobrepresión en función del radio para distintas cantidades de TNT variando el número de puntos que forman el dominio fluido.

En la figura 4.5 las líneas discontinuas representan los datos experimentales, obtenidos del libro “Blast Waves” de Charles Needham [34]. Si observamos en detalle la gráfica vemos que al aumentar el número de puntos del mallado los resultados se aproximan cada vez más a los resultados experimentales de Needham [34] y de Kingery & Bulmash [48]. Sin embargo resulta complicado dar un valor cuantitativo de la calidad de la malla únicamente analizando la gráfica anterior. Por este motivo se calcularon los errores relativos de los resultados obtenidos para cada dominio con respecto al anterior y con respecto a los datos experimentales.

M(Kg)	L(m)	NX	Variación relativa respecto a anterior (%)	Error relativo respecto a datos experimentales (%)
22000	100	750	-	15,874
		1500	7,819	10,757
		2500	2,074	10,530
		5000	1,858	10,245
6700	75	750	-	10,593
		1500	3,890	10,876
		2500	1,256	10,287
		5000	1,077	10,004
960	75	750	-	14,504
		1500	5,452	12,164
		2500	3,665	10,262
		5000	3,888	8,689
100	30	750	-	10,801
		1500	3,208	10,004
		2500	1,860	9,576
		5000	1,929	8,586
25	15	750	-	10,970
		1500	2,196	10,766
		2500	2,153	8,948
		5000	2,973	8,171
1	10	750	-	13,508
		1500	14,210	4,189
		2500	1,529	4,109
		5000	0,487	4,111

Tabla 4.1: Resultados de la variación de los resultados al variar el número de puntos de la malla y error cometido con respecto a los datos experimentales para cada masa de explosivo estudiada considerando propiedades constantes en el explosivo.

A la vista de la tabla 4.1 se observa que el error cometido respecto a la malla anterior es mínimo (alrededor de 1-2%) para un número de divisiones del dominio de 5000. A partir de aquí se podría aumentar el número de puntos y se lograría una mayor precisión, sin embargo el coste computacional no crece linealmente con el número de puntos y este aumento en la precisión no compensa el tiempo requerido para lograrla. Además, la comparación deja de ser posible cuando nos encontramos dentro del margen de error de la curva de referencia.

Por otro lado, se observa que la hipótesis de considerar unas condiciones constantes dentro del explosivo es una propuesta bastante correcta para cantidades pequeñas de explosivo (por debajo de 100 kg). Sin embargo para cantidades superiores se observa que el error cometido con respecto a los datos experimentales es de aproximadamente un 10%, por lo que en los siguientes apartados se tratará de mejorar estos resultados proporcionando información sobre la distribución espacial de las variables termodinámicas dentro del explosivo.

4.1.2 Comparación resultados con la hipótesis de Sedov-Taylor

Si se observa la gráfica de la presión en función del radio (figura 4.5) y teniendo en cuenta la ecuación que relaciona el radio en función del tiempo (ecuación 3.2). Podemos representar en escala logarítmica R-t para NX=5000, de esta manera podremos comprobar si la hipótesis de carga puntual, con condiciones constantes, es aplicable para el TNT.

Para comparar los resultados obtenidos, recordar que esta hipótesis surgió durante el desarrollo de bombas nucleares, por tanto se procedió a simular este tipo de bombas considerando esta vez una densidad de $\rho_{\text{plutonio}} = 19050 \text{ kg/m}^3$. En concreto se simula una bomba nuclear de plutonio de 10 kt (equivalente a 10^6 kg de TNT) con un radio de 0.092m, la famosa bomba “Littleboy” de 16 kt, con el mismo radio que la anterior, empleada por Estados Unidos en Hiroshima en Agosto de 1945 y la bomba “Fatman” de 21 kt empleada en Nagasaki.

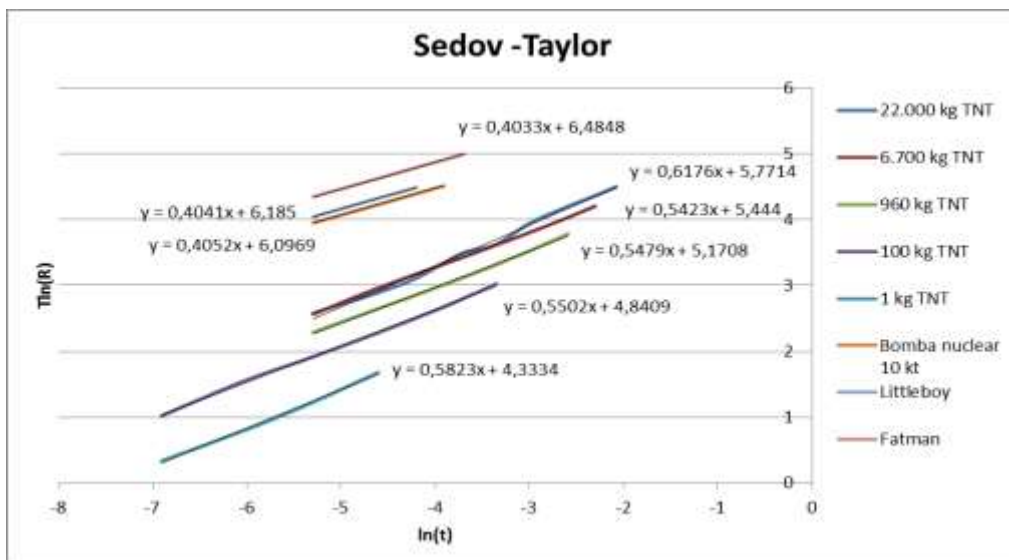


Figura 4.6: Representación del $\ln(R)$ frente al $\ln(t)$ para las distintas cantidades de TNT estudiadas y para las bombas Littleboy, Fatman. 51

Como se observa en la gráfica en ningún caso el TNT se puede considerar como una deposición puntual de energía dado que la pendiente de la recta dista mucho de $2/5=0.4$. Sin embargo para las bombas atómicas simuladas se tiene que la pendiente coincide de manera casi exacta con $2/5$, lo que induce a pensar que la hipótesis de Sedov no implica únicamente que la explosión se produzca a partir de una carga puntual o casi puntual, sino que además la energía liberada debe ser del orden de la energía liberada por una bomba atómica (Ver figura 4.7).

Si a continuación representamos la energía total liberada en función del radio de la carga para todos los casos de TNT estudiados y comparando con algunas bombas nucleares cuya energía y radios son conocidos tenemos la siguiente gráfica:

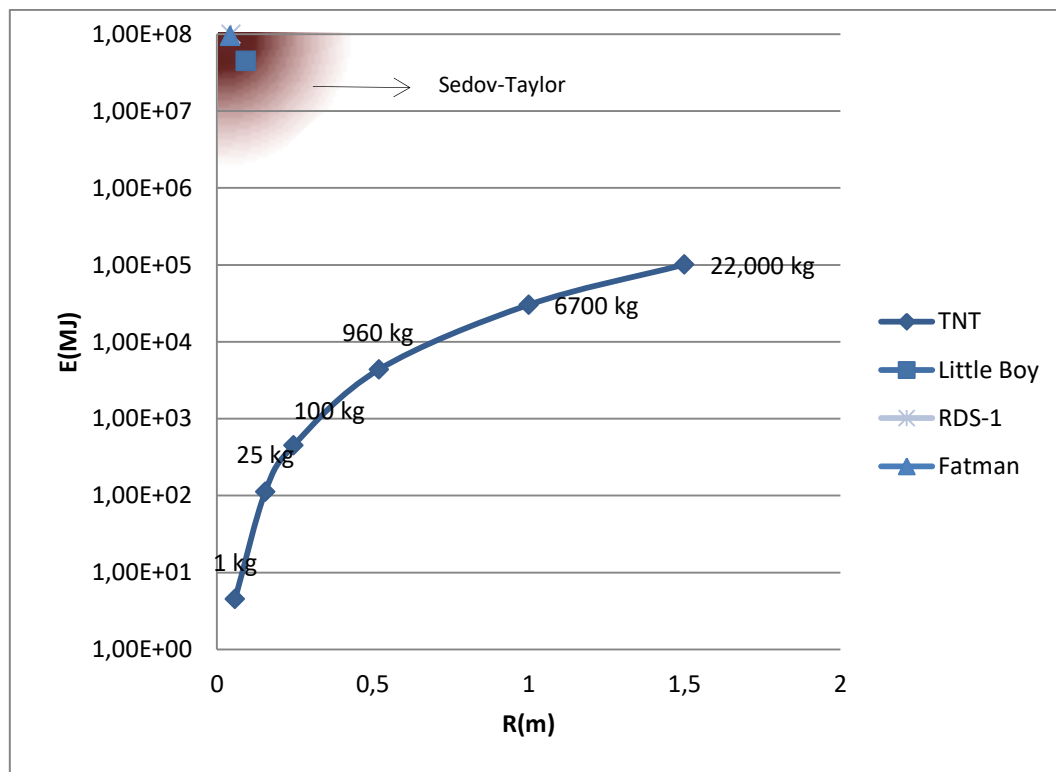


Figura 4.7: Representación de la energía total liberada en función del radio de la esfera del explosivo.

Como se puede apreciar en la figura 4.7, la carga o cantidad de TNT no es independiente del radio de la misma. Es decir si aumentamos la carga el radio también lo hace. De este modo nos alejamos cada vez más de la zona en la que el modelo de Sedov-Taylor tiene validez, por lo que no se puede emplear éste para predecir el comportamiento de la onda de choque producida por una explosión de TNT, siendo necesario resolver completamente las ecuaciones de conservación para obtener una solución válida.

4.2 Simulación de distintas cantidades de explosivo con perfiles termodinámicos variables en el explosivo detonado

A continuación, se introdujo en forma de vector los perfiles (Apartado 3.3) en el código de Antanovskii y se procedió a simular de nuevo. A continuación se muestran las figuras obtenidas para 6700 kg con $NX=3000$ considerando los perfiles de las variables termodinámicas.

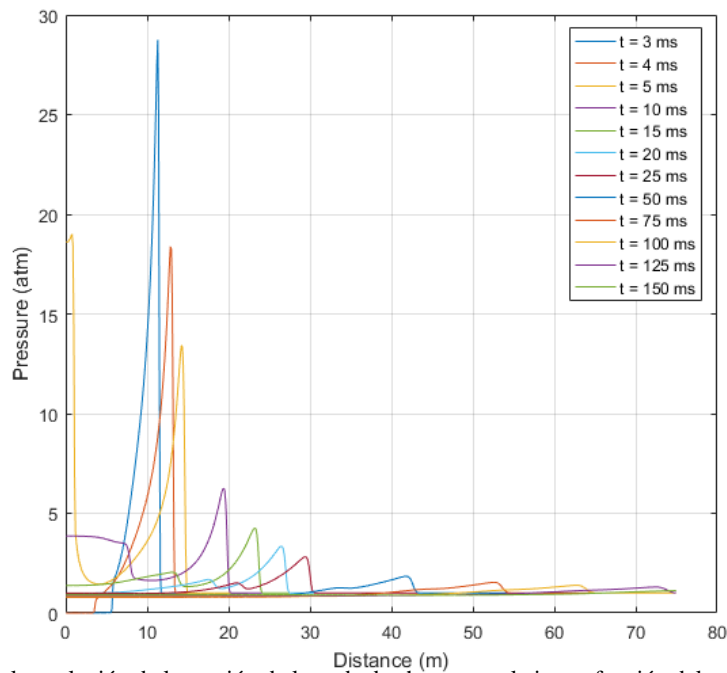


Figura 4.8: Representación de la evolución de la presión de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.

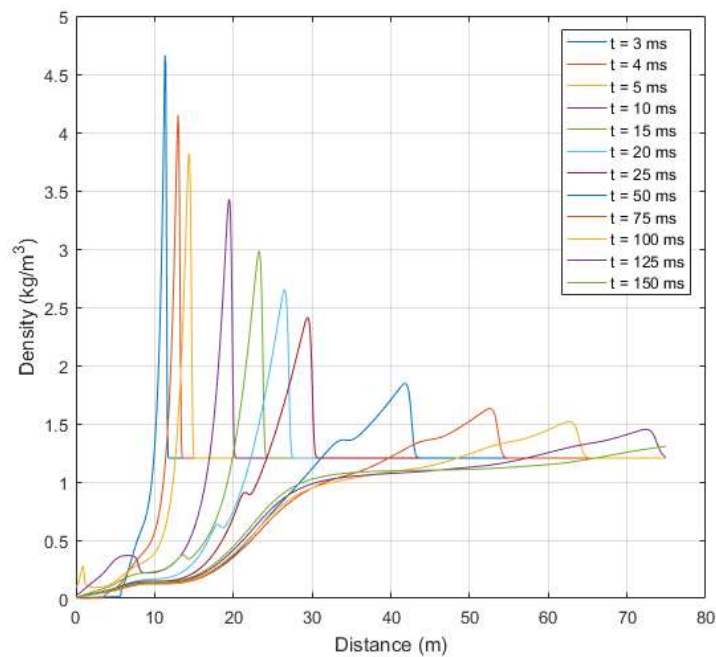


Figura 4.9: Representación de la evolución de la densidad de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.

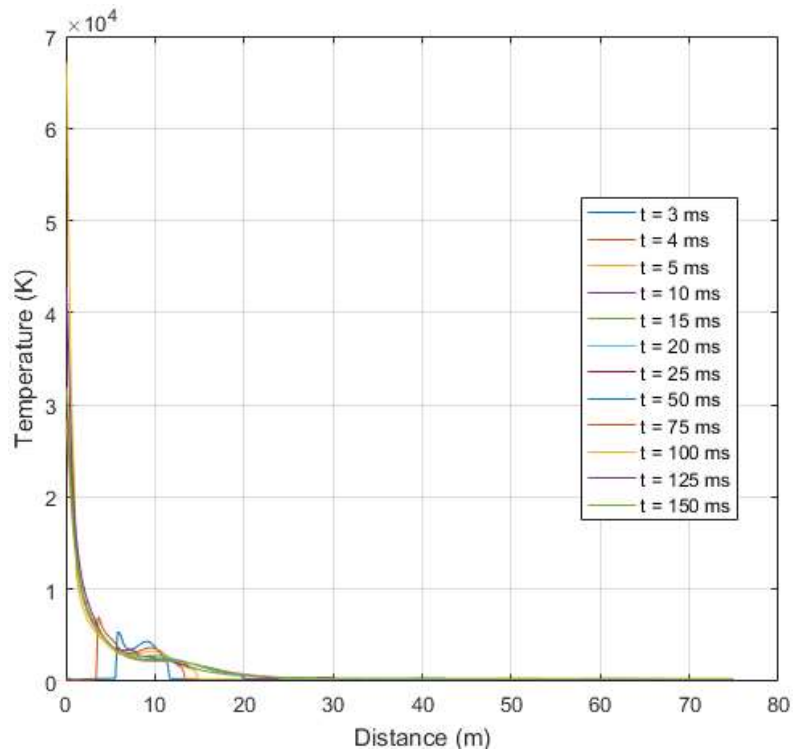


Figura 4.10: Representación de la evolución de la temperatura del aire tras el paso de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.

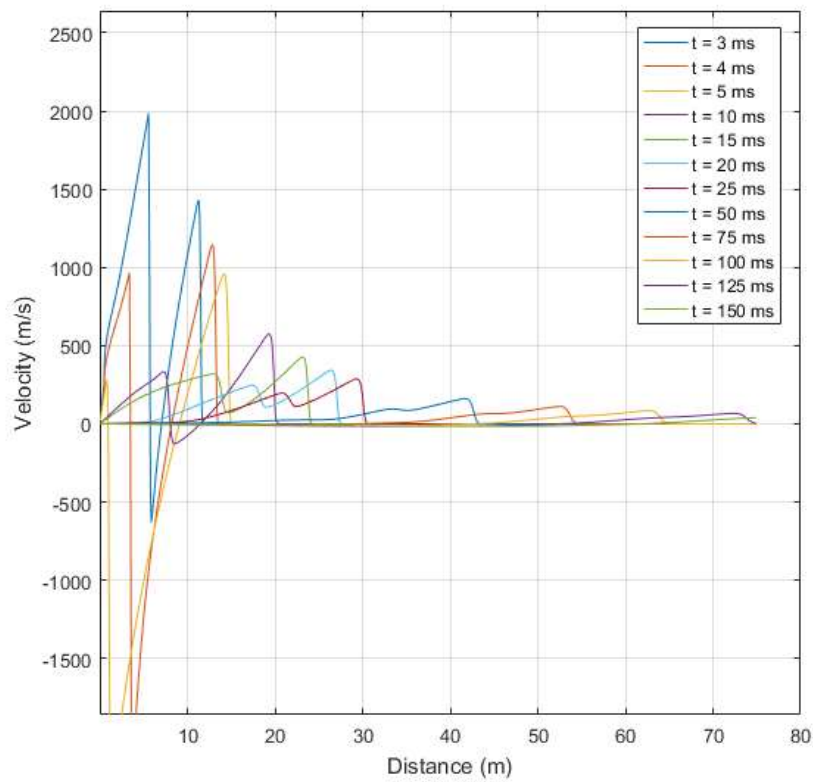


Figura 4.11: Representación de la evolución de la presión de la onda de choque en el aire en función del radio y del tiempo para una cantidad de 6700 kg de TNT considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.

Aunque a simple vista no hay una gran diferencia entre las gráficas con condiciones constantes y con perfiles, en el apartado 4.3 veremos cómo tener en cuenta la distribución espacial de la energía interna y cinética en el explosivo mejora las predicciones obtenidas. Sin embargo, antes de comparar los resultados, se va a realizar un análisis de convergencia.

4.2.1 Análisis de convergencia y errores cometidos

En este apartado no se consideró un número de puntos constante para cada cantidad de carga como se hizo en sección 4.1. Se tomaron 20, 40 y 80 puntos dentro del explosivo, de esta forma se obtiene el Δx que forma el dominio fluido y como se conoce la longitud total del mismo, calcular el número de punto es inmediato dividiendo $L/\Delta x$.

De esta manera se obtuvo la gráfica que se muestra en la página siguiente. Además se calcularon e nuevo se calcularon los errores relativos entre cada simulación y los datos experimentales teniendo que:

M(Kg)	L(m)	Número de puntos dentro del explosivo	NX	Error relativo respecto a anterior (%)	Error relativo respecto a datos experimentales (%)
22000	100	20	1334	-	10,245
		40	2670	7,931	6,660
		80	5334	3,903	5,494
6700	75	20	1500	-	9,679
		40	3000	6,651	5,758
		80	6000	2,517	4,741
960	75	20	2884	-	10,245
		40	5770	5,316	8,391
		80	11539	3,401	7,190
100	20	20	1626	-	9,006
		40	3252	6,522	8,405
		80	6666	1,046	7,954
25	15	20	1935	-	11,005
		40	3870	5,896	8,699
		80	6666	1,328	8,112
1	10	20	3448	-	4,019
		40	6896	2,545	3,721

Tabla 4.2: Resultados de la variación de los resultados al variar el número de puntos de la malla y error cometido con respecto a los datos experimentales para cada masa de explosivo estudiada considerando la distribución espacial de las propiedades del explosivo detonado.

Observando el comportamiento de los resultados, vemos que según aumentamos el número de puntos los resultados se aproximan cada vez más a los datos experimentales. Conviene recalcar que al introducir los perfiles como un vector en el código, la duración de la simulación es ligeramente superior que tomando condiciones constantes, y muy superior para cantidades pequeñas de explosivo donde las variaciones en los estados y flujos entre celdas adyacentes son casi inapreciables. Por este motivo y dado que la diferencia relativa entre las simulaciones con 20 y 40 puntos para 1kg es pequeña, se decidió no simular esta cantidad con 80 puntos (NX=14000).

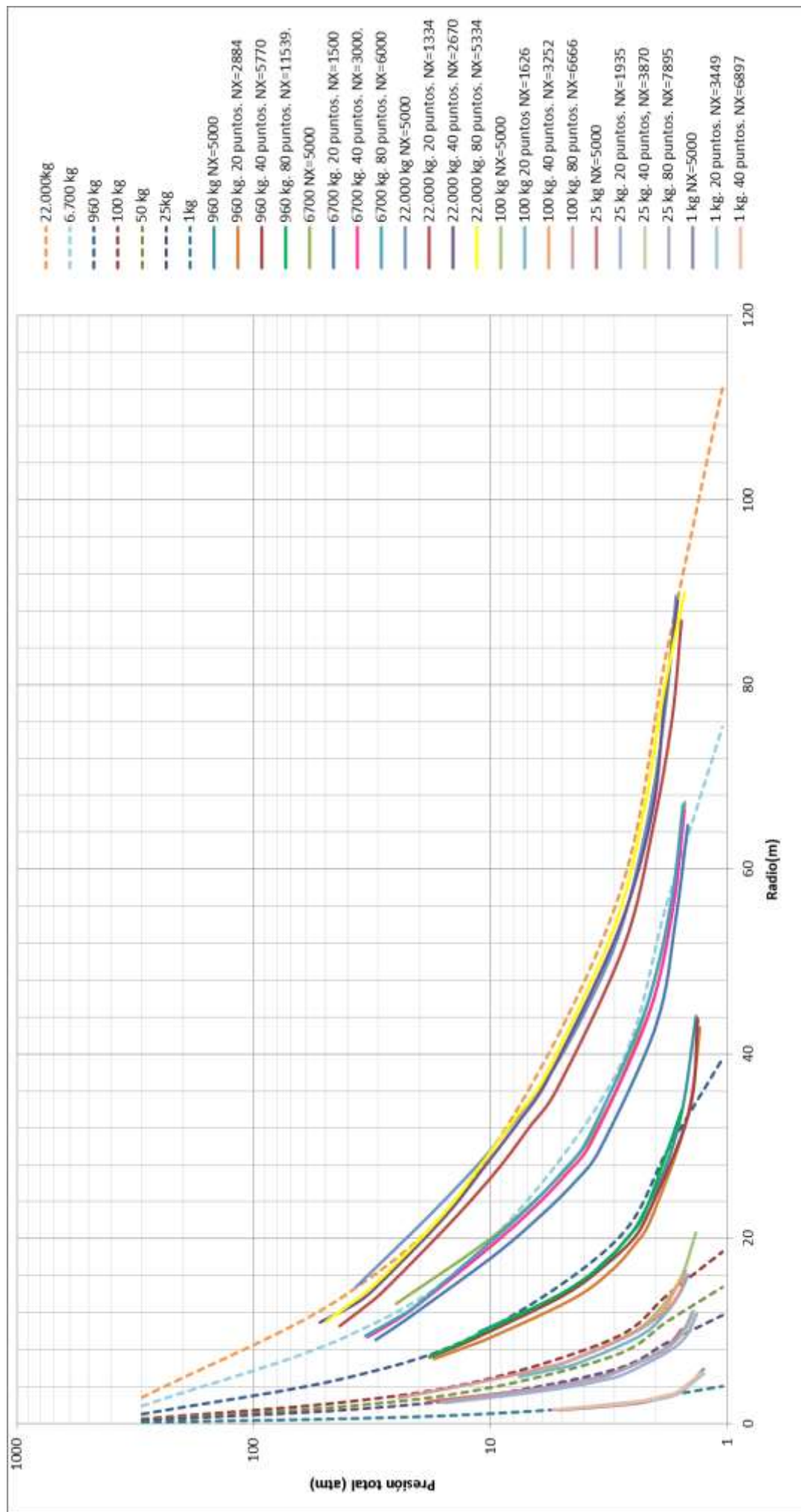


Figura 4.12: Representación de los picos de sobrepresión en función del radio para distintas cantidades de TNT variando el número de puntos que forman el dominio fluido.

4.3 Comparación resultados

Finalmente considerando las soluciones convergidas se obtuvo la gráfica de la página siguiente.

También se calculó el aumento en la precisión de los resultados al introducir los perfiles.

Masa de explosivo (kg)	Error relativo de la solución con condiciones constantes convergida con respecto a los datos experimentales	Error relativo de la solución con perfiles convergida con respecto a los datos experimentales (%)	Aumento de precisión al usar perfiles (%)
22000	10,25	5,49	4,752
6700	10,00	4,74	5,263
960	8,69	7,19	1,500
100	8,59	7,95	0,632
25	8,17	8,11	0,059
1	4,21	4,02	0,193

Tabla 4.3: Comparación resultados obtenidos.

Como vemos, la solución con perfiles aproxima mejor a la curva de referencia de la explosión. Para cantidades considerables de explosivo mejora de media 2-5% los resultados de las condiciones constantes. Se observa una mejoría algo superior para una distancia media de propagación (Ver figura 4.13).

Sin embargo para cargas pequeñas la mejora es ínfima (menor de 1%) y como ya se ha comentado el tiempo de cálculo es superior para calcular la solución con perfiles. Por este motivo se recomienda considerar si es necesario este aumento en la precisión o si es preferible una simulación con prácticamente la misma validez y utilidad con un tiempo de cálculo inferior.

Este comportamiento por el cual la distribución espacial de las propiedades termodinámicas no es tan importante para cargas pequeñas se debe fundamentalmente a que las dimensión del radio del explosivo, donde estas propiedades sí tienen importancia, es depreciable frente a los radios de propagación alcanzados por la onda de choque generada. Al aumentar la energía almacenada el radio del explosivo también lo hace (Figura 4.7) y cada vez es más importante describir correctamente lo que ocurre dentro del explosivo para lograr una simulación precisa de la onda a través del aire.

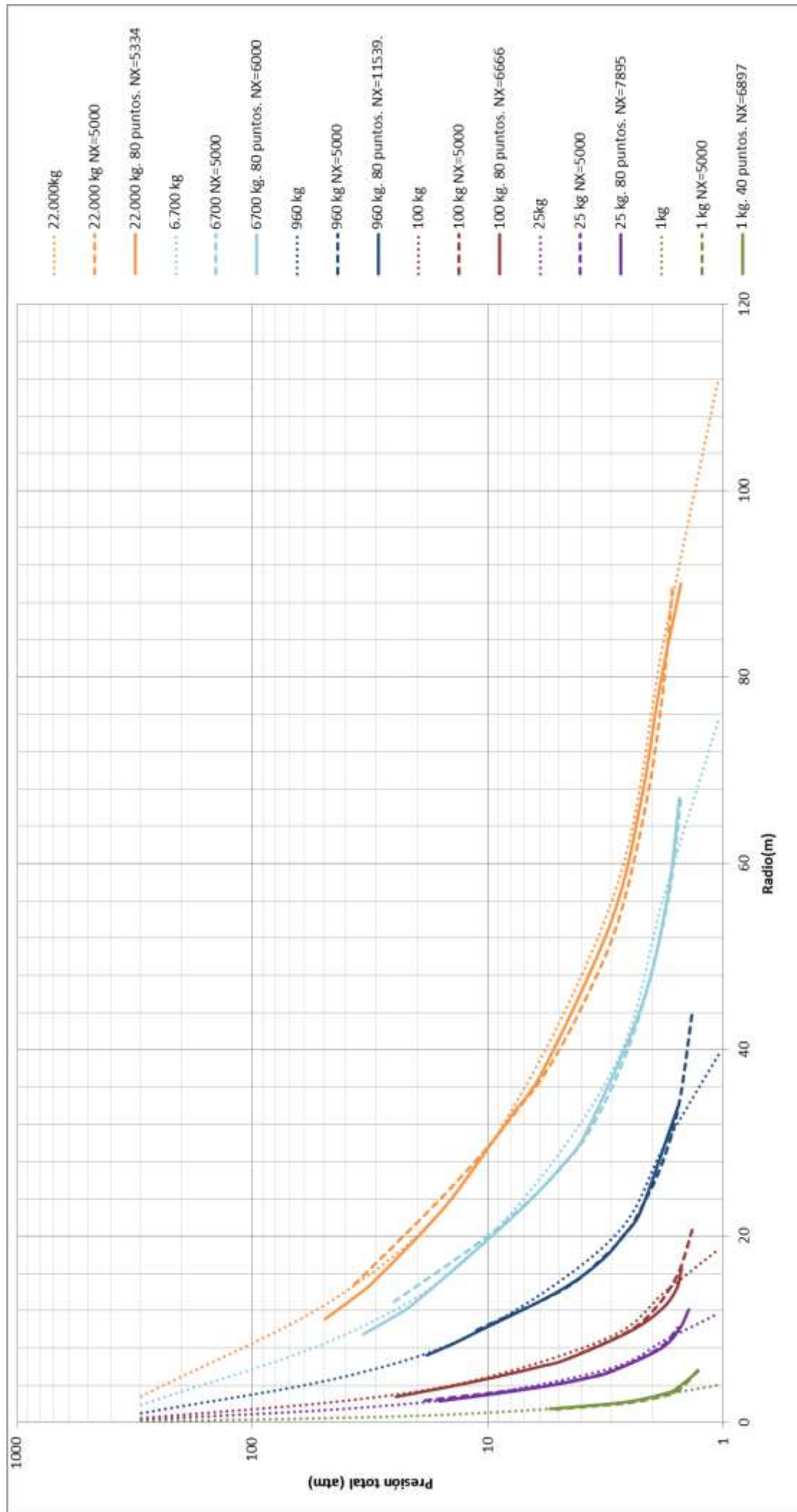


Figura 4.13: Grafica comparativa de los resultados obtenidos considerando las propiedades del explosivo constantes y la distribución espacial de las variables termodinámicas.

CAPÍTULO 5

5. CONCLUSIONES.

En este capítulo recoge un pequeño resumen del procedimiento seguido para la realización del trabajo así como las conclusiones extraídas.

5.1 Conclusiones

El objetivo de este TFG ha sido el estudio de la dinámica de la propagación de una explosión, para ello y partiendo de un código genérico (válido para cualquier explosivo) ya existente creado por Antanovskii se analizó mediante simulación numérica la propagación de la onda originada por distintas cantidades de TNT. Una vez obtenidos estos resultados se ha demostrado que la hipótesis de Sedov y Taylor, de carga puntual e instantánea, no es aplicable bajo ningún concepto al TNT. Dado que para poder aplicar dicha hipótesis se requiere además que el explosivo libere una enorme cantidad de energía con un volumen muy pequeño. Y como se ha observado en la gráfica 4.7 para aumentar la carga o la energía del TNT es necesario aumentar el radio de la misma. De esta forma resulta imposible alcanzar la zona donde la hipótesis de Sedov-Taylor tiene validez. Por lo que se buscaron formas de mejorar la precisión y la validez de las simulaciones.

A continuación se calcularon, aplicando las ecuaciones de conservación y considerando que el explosivo sólido una vez se ha iniciado la combustión de los reactantes se comporta como un gas ideal con unas características muy similares a las de un sólido, las propiedades termodinámicas en función del radio dentro del explosivo. Se modificó el código de Antanovskii introduciendo estas nuevas condiciones en forma vectorial volviendo a simular. Y se compararon los resultados con las simulaciones realizadas previamente y con datos de experimentos realizados por Charles Needham.

De los resultados obtenidos en esta nueva simulación se han extraído las siguientes conclusiones:

Primero, se ha observado que para cantidades grandes de TNT (mayores de 100 Kg) los resultados obtenidos al modificar el código mejoran de un 2-5% con respecto a la simulación primigenia. Aunque este porcentaje parece insignificante, hay que recordar que los valores de presión que se manejan para dichas cantidades de TNT están entorno a varias decenas e incluso centenas de atmósferas. Por lo que una mejora del 5% no es despreciable en absoluto y puede suponer la diferencia, en casos extremos, para establecer perímetros efectivos con el consiguiente aumento en la seguridad. De este modo, se recomienda emplear este método de resolución para la simulación.

Por otro lado, para cantidades inferiores a 100 Kg los resultados mejoran de manera poco significativa, menor al 1%. Además como ya se ha comentado a lo largo del trabajo al reducir el radio del explosivo, o lo que es lo mismo la cantidad, es necesario aumentar el número de puntos global para tener el mismo nivel de detalle en el explosivo provocando un aumento

considerable en el tiempo de cálculo. Por lo que en este caso sería conveniente tener en consideración si el tiempo invertido en dichos cálculos es eficiente con la pequeña mejora obtenida o si esta mejora podría resultar despreciable en pro de una simulación mucho más rápida e igualmente válida.

En cualquier caso queda demostrado como con un simple análisis de la distribución de las variables termodinámicas en el explosivo se puede obtener una mejora en la precisión de los resultados obtenidos.

5.2 Posibles extensiones del trabajo

Durante el desarrollo de este trabajo se ha estudiado la propagación de una onda producida por un explosivo esférico sumergido en aire, donde la onda explosiva puede desplazarse libremente en cualquier dirección, siendo éste un caso ideal. Por tanto se podría dar un paso más al estudiar el comportamiento de la misma al modificar la geometría del explosivo e incluso modificar las condiciones de encapsulamiento en dos y tres dimensiones (paredes, suelos etc.) , que modifican el comportamiento de la onda haciendo que ésta se desvíe o refleje al interactuar con ellas.

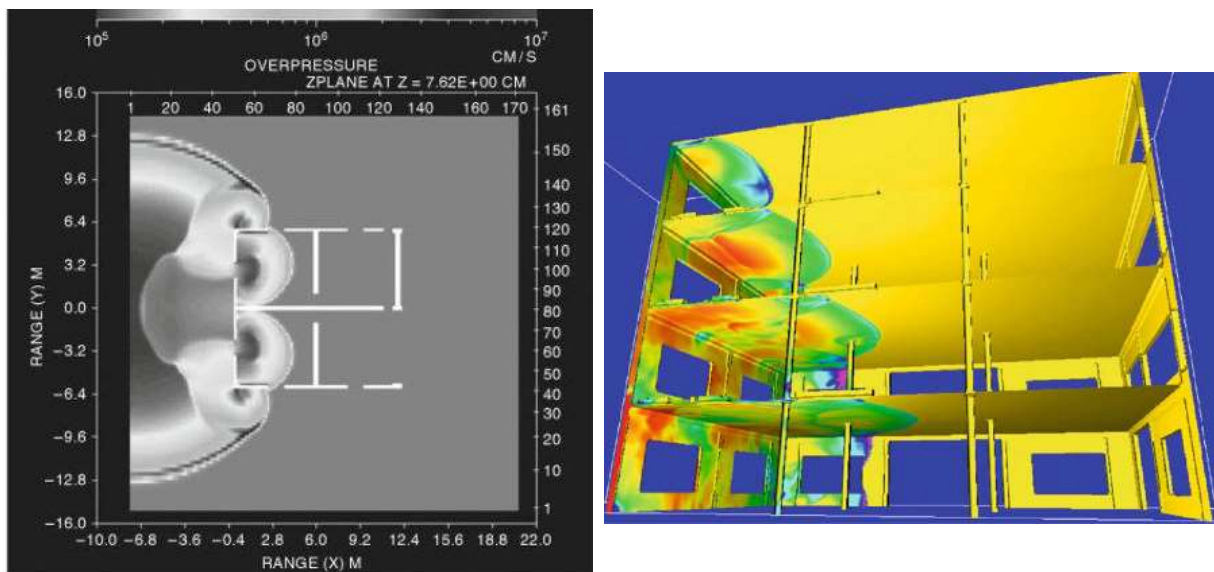


Ilustración 5.1: Estudio de la sobrepresión en un edificio en 2D y 3D provocada por una explosión externa. [34]

Por otro lado, el código de Antanovskii considera tanto el explosivo como el aire como un gas ideal, ambos con el mismo γ . Con el uso del código para calcular la detonación esto se soluciona, ya que se considera que el explosivo detonado se comporta como un gas ideal con unas propiedades típicas de explosivo sólido extraídas de [20]. Esto es solamente una hipótesis

que se ha demostrado funciona razonablemente bien para la inmensa mayoría de explosivos sólidos. Sin embargo otra posible vía de investigación sería el estudio y ajuste de ecuaciones de estado específicas para cada tipo de explosivo (Ver apartado 5.1.1 de [34]), ya que las relaciones de las variables termodinámicas de éstos no tienen por qué ser similares.

A continuación, a modo de ejemplo, se muestra la ecuación de estado (EOS) desarrollada por Landau-Stanyokovich-Zeldovich y Kompaneets:

$$P = (\gamma - 1) * \rho * I + a * \rho^b$$

Donde el primer término representa la contribución gaseosa a la presión y el segundo la contribución elástica. Por otro lado I representa la densidad de energía y “a” y “b” son constantes relacionadas con las propiedades elásticas del explosivo por lo que dependen directamente del tipo de explosivo considerado.

La ecuación de estado de LSZK es relativamente simple en comparación con otras como la desarrollada por Jones, Wilkins and Lee. El hecho de considerarla en lugar de considerar el explosivo como un gas ideal supondría un aumento en la precisión de los resultados. También supone un aumento en el tiempo y coste computacional, es por este motivo por el que en este trabajo se ha trabajado con la hipótesis de gas ideal caloríficamente perfecto.

El siguiente paso, después de buscar ecuación de estado más realista para describir el comportamiento del explosivo, es implantar en el código la posibilidad de separar las propiedades del gas quemado y del gas fresco, es decir multifásico. De este modo se podría emplear una ecuación de estado similar a las descritas en el párrafo anterior para el explosivo (etapa 1) y una ecuación de estado para el aire fresco (etapa 2).

También sería de gran interés incluir también el efecto de material metálico no detonable con el fin de emular la dinámica de la metralla. Como se ha mostrado en el capítulo 3, aunque la energía cinética global de todo el explosivo es despreciable respecto a la energía interna (en torno a un 12% del total), los gases producto en la detonación son impulsados radialmente a gran velocidad.

Teniendo en cuenta todos estos aspectos se lograría reproducir de manera más fidedigna y realista el comportamiento del fluido, dado que no se desprecia información que pudiese ser relevante a la hora de calcular los resultados.

CAPÍTULO 6

6. EJECUCIÓN Y ANÁLISIS DE COSTES.

Esta sección está dedicada a presentar los aspectos relacionados con la elaboración del proyecto. También se recoge el presupuesto estimado para la elaboración del proyecto completo.

6.1 Ejecución final

En la figura 6.1 se puede apreciar cual ha sido la distribución de tiempo y actividades reales mediante un diagrama de Gantt.

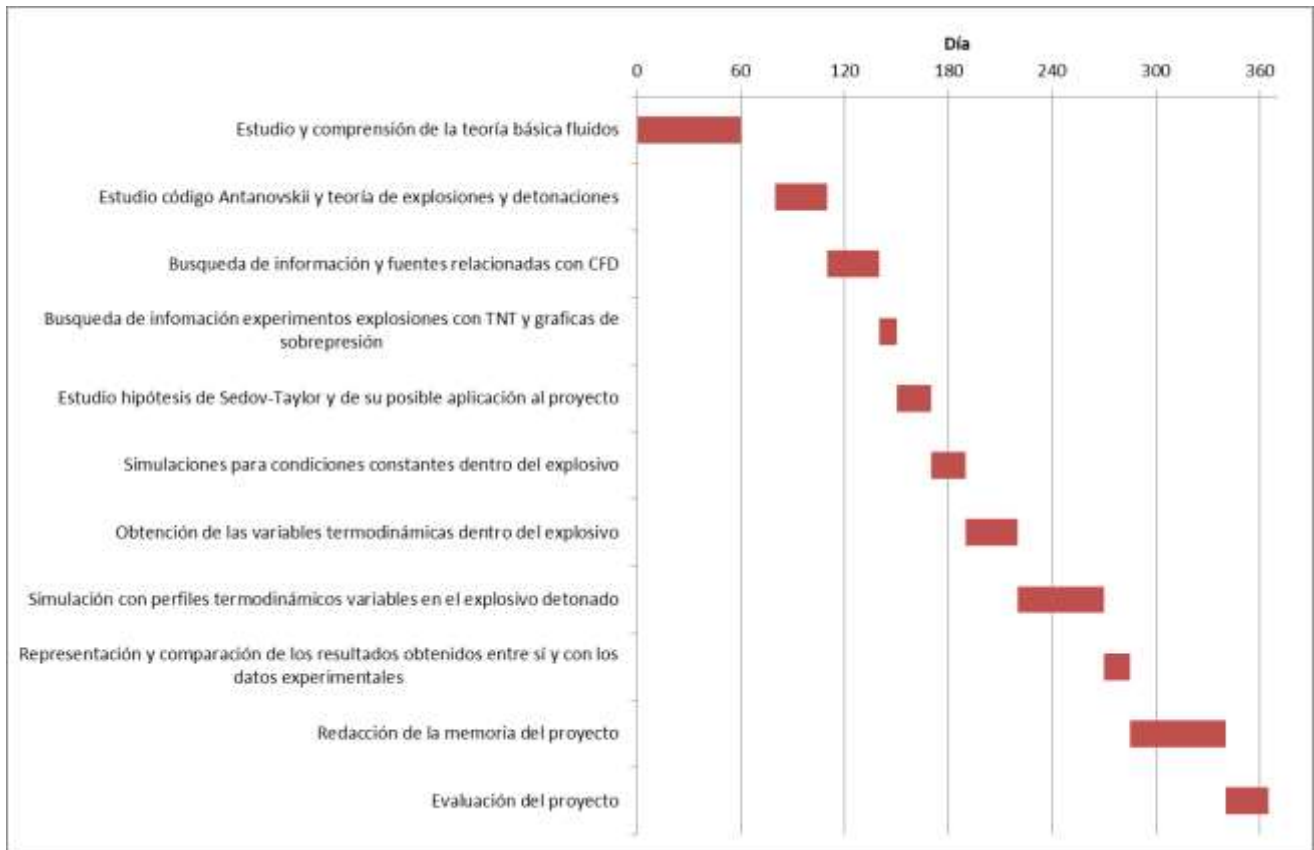


Figura 6.1: Diagrama de Gantt del proyecto.

Tras la propuesta del tema por parte de César Huete y la aceptación del trabajo. Se comienza a realizar un estudio de la propuesta y una pequeña planificación del proyecto con los aspectos fundamentales del mismo. Posteriormente se comienza a estudiar todos los aspectos relacionados con el trabajo: desde la teoría más esencial relacionada con las ecuaciones de conservación de fluidos hasta aspectos relacionados con explosiones o el análisis computacional de fluidos (CFD). También se estudia el código en Matlab de Leonid Antanovskii para poder modificarlo en caso de que sea necesario.

A continuación se procedió a simular distintas cantidades de TNT sin modificar nada del código de Antanovskii, únicamente la energía del explosivo y su radio. Y se comparó con los datos experimentales extraídos de [34] y [48].

Posteriormente se pasó a obtener el código para reproducir el comportamiento de las variables termodinámicas para el explosivo detonado. Y se realizaron las comprobaciones pertinentes para observar si las soluciones obtenidas tenían sentido (Se comprobó si la energía por unidad de masa correspondía a la tabulada en libros).

A continuación se procedió a simular empleando estos perfiles termodinámicos. Para ello se modificó el código de Antanovskii. Esta tarea fue de las que más tiempo consumió a lo largo del proyecto ya que suponía un elevado coste computacional si se quería obtener una precisión aceptable en los resultados. Estos datos también se compararon con los datos experimentales extraídos de [34] y [48] y con los resultados obtenidos en las simulaciones anteriormente realizadas.

Tras esto se comenzó a realizar la memoria del proyecto, realizando diversas evaluaciones críticas, comprobando que todo está implementado correctamente.

Finalmente se procede a la entrega del proyecto definitivo a la espera de una fecha para la presentación del mismo.

6.2 Presupuesto

Los costes finales asociados al proyecto ha sido 7.721,61 €. A continuación se muestra el desglose de los mismos:

<i>Concepto</i>	<i>Importe (€)</i>	<i>Importe con amortización (€)</i>
Costes personal (364h X 18€/h)	6.552,00 €	6.552,00 €
Compra hardware	1.114,00 €	278,50 €
Compra software	363,00 €	90,75 €
Electricidad (0,054951 €/kwh X 720h+ 9,5€/mes de termino fijo)	98,13 €	98,13 €
Impresora	60,00 €	15,00 €
Material oficina (cartuchos, papel etc.)	180,00 €	180,00 €
Libros	237,23 €	237,23 €
Gastos de desplazamiento	120,00 €	120,00 €
Otros costes	150,00 €	150,00 €
Importe total asociado al proyecto		7.721,61 €

Tabla 6.1: Desglose de los costes del proyecto.

En hardware: Ordenador con las siguientes especificaciones Intel i7-6700 /32GB DDR4 /2TB+120GB SSD/Gráfica NVIDIA GTX960 e impresora HP OfficeJet 4652. Se estima una vida útil de ambos de 4 años, y como el proyecto ha tenido una duración de un año, solamente se aplica un coste directo de hardware de la cuarta parte.

En software: licencias tanto de Windows 10 PRO (64 bits), Office 2010. Del mismo modo que para el hardware solo se aplica un cuarta parte del coste al proyecto. Se han empleado licencias gratuitas de Matlab y Python facilitadas por la Universidad por lo que estas no suponen coste alguno.

6.3 Impacto económico.

Como ya se ha comentado en el apartado de motivación del proyecto, este trabajo y sus futuras extensiones puede ser de gran utilidad para los sectores relacionados con la minería, demoliciones controladas, creación de estructuras y perímetros de seguridad en instalaciones susceptibles de ser objetivo de atentados terroristas como por ejemplo centrales de producción energética, potabilizadoras de agua así como embajadas, cuarteles etc.

Si nos centramos en el dimensionamiento de estructuras y perímetros de seguridad, se observa que van de la mano, no es posible establecer un perímetro sin haber estudiado el impacto que tendría una explosión en la estructura del edificio. Por lo que un aumento en la capacidad predictiva del código puede ser de gran utilidad para el desarrollo de las estructuras críticas de un edificio como pilares o estructuras portantes. Además el código modificado también puede emplearse para el desarrollo de estructuras que atenúen la sobrepresión producida por la explosión limitando así los efectos producidos sobre la estructura. Ejemplos de estas barreras de seguridad serían: muros resistentes a explosiones (climablock) que disipan la mayor parte de la energía de la explosión o vidrios que no se fragmentan por el impacto de la onda de la onda de choque.



Ilustración 6.1: Ejemplos de muro y vidrio anti explosiones. Extraídas de: <http://www.climablock.com> y <http://www.sicurtec.at>

Dado que los costes relacionados con la seguridad en todas estas aplicaciones no son de uso público. Se estima que la mejora aproximada del 1-5% en los resultados supone un margen de error más pequeño con respecto a los datos experimentales reales. Por tanto se entiende que este porcentaje puede ser extrapolable al ahorro económico en la implantación de medidas o estructuras de seguridad ya que al reducir el margen de error no es necesario sobredimensionar.

Este trabajo puede emplearse también como apoyo de experimentos para la caracterización de nuevos explosivos de los que únicamente se conocen su energía específica, densidad y velocidad de propagación de una onda en su interior. Obteniéndose, por ejemplo, gráficas universalmente válidas en función de la distancia al centro de la carga de sobrepresión, densidad, impulso y duración de la fase positiva de la onda.

CAPÍTULO 7

7. ANEXOS.

En este anexo se muestra un pequeño resumen de los conceptos más importantes relacionados con las ecuaciones de conservación de la mecánica de fluidos clásica, basado en los contenidos y notación de la referencia [49]. Se recogen también los códigos empleados para la resolución de los problemas planteados a lo largo de este documento.

7.1 Ecuaciones de conservación

7.1.1. ECUACIONES DE FLUJO

Las expresiones matemáticas que rigen el comportamiento de un fluido se denominan ecuaciones de flujo. La descripción del movimiento del fluido se realiza desde el punto de vista euleriano, por lo que las propiedades extensivas, como masa, cantidad de movimiento o energía se definen por unidad de volumen, en cada punto $X(x,y,z)$ y en cada instante t . De esta forma tenemos que:

$$\rho = \rho(X,t) \qquad v = v(X,t) \qquad e = e(X,t)$$

Entonces ρ será la masa por unidad de volumen, ρv la cantidad de movimiento por unidad de volumen, $\rho v^2/2$ será la energía cinética por unidad de volumen y ρe es la energía interna por unidad de volumen. Si se quisiera obtener la cantidad de masa, de movimiento o de energía de un volumen fluido, solo habría que integrar éstas magnitudes fluidas sobre dicho volumen.

7.1.2. LEYES DE CONSERVACIÓN

Las leyes de la mecánica básica se obtienen al aplicar los principios de conservación de masa, movimiento y energía a un sistema cerrado. La elección de este sistema es inmediata para el caso de un sólido, sin embargo para un fluido se debe elegir un volumen que contenga siempre las mismas partículas fluidas y las siga en su movimiento, es decir un volumen fluido $V_f(t)$.

Aplicando estos los principios descritos anteriormente tenemos las ecuaciones de conservación que se describen a continuación.

7.1.2.1. Conservación de la masa sobre un volumen fluido.

Para un flujo compresible donde no se experimentan cambios dentro del volumen fluido la masa debe conservarse, de tal modo tenemos que:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \, dV = 0 \qquad [6.1.a]$$

O en forma diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad [6.1.b]$$

Estas ecuaciones son de vital importancia en la dinámica de gases y se emplea en casi todos los análisis de flujos.

7.1.2.2. Conservación de cantidad de movimiento sobre un volumen fluido

Aplicando la segunda ley de Newton tenemos que la variación en la cantidad de movimiento de un volumen fluido es el sumatoria de fuerzas exteriores. Éstas fuerzas se pueden clasificar en dos tipos: de superficie (presiones, o fuerzas de corte) y de volumen (fuerza gravitacional o magnética).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \vec{v} dV &= \vec{F}_{ext} \\ \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \vec{v} dV &= - \int_{\Sigma_f(t)} p \vec{n} d\sigma + \int_{\Sigma_f(t)} \vec{\tau} \vec{n} d\sigma + \int_{V_f(t)} \rho \vec{f} dV \end{aligned} \quad [6.2.a]$$

Donde p representa la distribución de presiones, \vec{f} es el vector de fuerzas másicas, \vec{n} es la normal a la superficie y $\vec{\tau}$ es el tensor de esfuerzos viscosos. Cabe destacar, que esta ecuación es una ecuación vectorial, es decir, de ella se obtendrían tres ecuaciones, una para cada componente de la velocidad.

Esta ecuación también se puede expresar de manera diferencial como se detalla a continuación:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right) + \nabla p = \rho \vec{f} + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad [6.2.b]$$

7.1.2.3. Primer principio de la termodinámica sobre un volumen fluido

La energía contenida en un volumen fluido se obtiene integrando la energía de los distintos elementos que lo componen, y esta energía es igual a las derivadas con respecto al tiempo de trabajo y calor.

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) dV = - \int_{\Sigma_f(t)} p \vec{v} \cdot \vec{n} d\sigma + \int_{\Sigma_f(t)} \vec{v} \cdot \vec{\tau} \vec{n} d\sigma + \int_{V_f(t)} \vec{v} \cdot \rho \vec{f} dV + \int_{\Sigma_f(t)} Q_r + Q_q d\sigma \quad [6.3.a]$$

O en forma diferencial.

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(e + \frac{v^2}{2} \right) = -\nabla(p\vec{v}) + \rho \overline{f m \vec{v}} + \nabla(\bar{\tau} \vec{v}) - \nabla(\vec{q}) + Q_r + Q_q \quad [6.3.b]$$

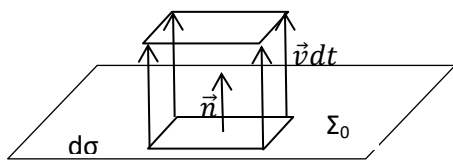
7.1.2.4. Volúmenes de control y flujo convectivo

Las ecuaciones anteriores están referidas a un volumen fluido, que es difícil de elegir y controlar.

Por otro lado, desde un punto de vista ingenieril, a la hora de diseñar o elegir un sistema fluido no se requiere información lagrangiana, que nos indica cómo se mueve el fluido o los cambios en la energía de ese fluido, sino cuanto fluido atraviesa por una región del sistema, la fuerza que ejerce el fluido sobre el sistema.

Por tanto es muy conveniente estudiar la dinámica de sistemas fluidos transformando las leyes sobre volúmenes fluidos en otras leyes que se puedan aplicar en un volumen cualquiera fijo o móvil a conveniencia.

Para ello se define el concepto de flujo convectivo, que es la cantidad de magnitud fluida ϕ (X, t) que cruza una superficie en una unidad de tiempo, si $\phi = \rho$ representa la masa por unidad de volumen, si $\phi = \rho v$ es la cantidad de movimiento por unidad de volumen y si $\phi = \rho (e + v^2/2)$ es la energía por unidad de volumen.



Si tomamos la superficie Σ_0 . El volumen de fluido que atraviesa en el tiempo dt la superficie $d\sigma$ es el contenido en el paralelepípedo de la figura 1.1

Figura 7.1: Esquema explicativo flujo convectivo.

Por tanto la cantidad de magnitud fluida que cruza dicho elemento diferencial de superficie puede calcularse a partir del volumen del paralelepípedo, teniendo que el flujo convectivo total es:

$$\int_{\Sigma_0} \phi (\vec{v} \vec{n}) d\sigma$$

Donde si la superficie es móvil se reemplaza la velocidad del fluido \vec{v} por la velocidad relativa entre el mismo y la superficie $\vec{v} - \vec{v_c}$.

7.1.2.5. Teorema del transporte de Reynolds

Si nos fijamos en las todas las ecuaciones de conservación, aparece el término $\frac{d}{dt} \left(\int_{V_f(t)} \phi(X,t) dV \right)$. En esta expresión tanto el dominio de integración como el integrando dependen del tiempo, por lo que será necesario emplear la regla de Leibniz para la derivación de integrales extendidas a dominios variables.

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{V_f(t)} \phi(X,t) dV \right) = \int_{V_f(t)} \frac{\partial \phi(X,t)}{\partial t} dV + \int_{\Sigma_f(t)} \phi(X,t) (\vec{v}(X,t) \cdot \vec{n}) d\sigma$$

Expresando las integrales referidas a volúmenes de control.

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{V_f(t)} \phi(X,t) dV \right) = \frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \phi(X,t) dV + \int_{\Sigma_c(t)} \phi(X,t) (\vec{v} - \vec{v_c}) \cdot \vec{n} d\sigma$$

Donde el primer termine representa la variación de la magnitud fluida ligada a un volumen de control, el segundo la variación temporal de un volumen de control y el tercero representa el flujo convectivo a través de la superficie de dicho volumen.

7.1.2.6. Conservación de la masa sobre un volumen de control

Empleando el teorema de transporte de Reynolds (ecuación [6.1]) podemos reescribir la ecuación [1.1] como:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{V_f(t)} \rho dV \right) = \frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho dV + \int_{\Sigma_c(t)} \rho (\vec{v} - \vec{v_c}) \cdot \vec{n} d\sigma = 0 \quad [6.4]$$

Como el primer término es nulo para un flujo estacionario, podemos reescribir la ecuación de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho dV = - \int_{\Sigma_c(t)} \rho (\vec{v} - \vec{v_c}) \cdot \vec{n} d\sigma \quad [6.5]$$

Esta última expresión indica que el incremento por unidad de tiempo de la cantidad de masa que hay contenido en un volumen de control es igual a la cantidad de masa que entra por unidad de tiempo a través de la superficie de control que delimita dicho volumen.

7.1.2.7. Conservación de cantidad de movimiento sobre un volumen de control

De modo similar podemos reescribir la ecuación [6.2] como:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{Vc(t)} \rho \vec{v} dV + \int_{\Sigma c(t)} \rho \vec{v} (\vec{v} - \vec{v}\vec{c}) \vec{n} d\sigma \\ &= - \int_{\Sigma c(t)} p \vec{n} d\sigma + \int_{\Sigma c(t)} \vec{\tau} \vec{n} d\sigma + \int_{Vc(t)} \rho \vec{f} m dV \end{aligned} \quad [6.6]$$

Esta ecuación expresa cómo el incremento por unidad de tiempo de la cantidad de movimiento en el volumen de control es igual a la suma del flujo convectivo de cantidad de movimiento que entra en el volumen de control, la resultante de fuerzas de presión, viscosidad y fuerzas másicas.

7.1.2.8. Ecuación conservación de la energía para un volumen de control.

Aplicando el teorema del transporte de Reynolds a la expresión [6.3] y descomponiendo los distintos tipos de calor y trabajos tenemos que:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{Vc(t)} \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) dV + \int_{\Sigma c(t)} \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} - \vec{v}\vec{c}) \vec{n} d\sigma \\ &= - \int_{\Sigma c(t)} p \vec{v} \vec{n} d\sigma + \int_{\Sigma c(t)} \vec{v} (\vec{\tau} \vec{n}) d\sigma + \int_{Vc(t)} \rho \vec{f} m \vec{v} dV \\ &+ \int_{\Sigma c(t)} K (\nabla T \vec{n}) d\sigma + \int_{Vc(t)} (Qr + Qq) dV \end{aligned} \quad [6.7]$$

Donde los términos en la segunda parte de la igualdad representan los trabajos de las fuerzas de superficie (presión y esfuerzos viscosos), el trabajo de las fuerzas másicas y los calores de conducción, radiación y de procesos químicos.

7.1.3. ECUACIONES DE ESTADO GICP.

Una ecuación de estado es la relación existente entre dos o más propiedades termodinámicas de un fluido. En sistemas formados solo por un constituyente en una única fase incluirá tres propiedades, dos de las cuales serán independientes. Así por ejemplo podremos calcular la temperatura de un sistema fluido partir de la presión y densidad o a partir de la energía y presión.

$$f1(\rho, p, T)=0$$

$$f2(e, p, T)=0$$

Para el caso de un gas ideal la ecuación de estado es la que se muestra a continuación en donde se incluyen las leyes de Boyle-Mariotte, Gay-Lussac y Avogadro.

$$\frac{p}{\rho} = \frac{Ru}{M} T$$

Donde R_u es la constante universal para todos los gases y M la masa molar del mismo (para el aire $M=29\text{g/mol}$).

También se pueden definir expresiones para otras variables termodinámicas como la energía interna, entalpía y entropía que nos serán de gran utilidad para los capítulos posteriores.

$$e = C_v T$$

$$s - s_0 = C_p \ln \frac{T}{T_0} - \frac{Ru}{M} \ln \frac{p}{p_0} = C_v \ln \frac{T}{T_0} - \frac{Ru}{M} \ln \frac{V}{V_0}$$

$$h = e + \frac{p}{\rho} = C_p T$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

Donde C_v denota el calor específico a volumen constante, C_p el calor específico a calor constante, y el subíndice 0 denota un estado de referencia arbitrario.

7.1.4. VELOCIDAD DEL SONIDO

En la figura 2 se aprecia una onda sonora que se propaga a través de un fluido en reposo con una velocidad c , además se relaciona ésta con las propiedades del fluido a ambos lados de la onda.

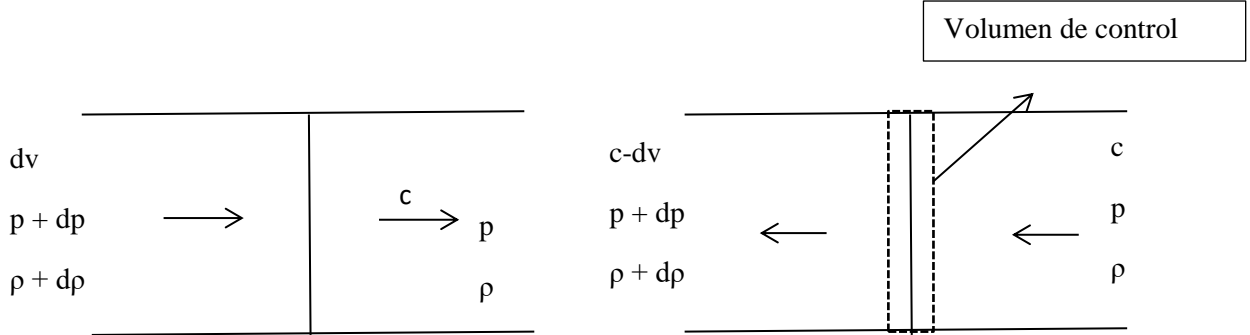


Figura 7.2: Esquema volumen de control en una onda sonora.

En la figura 2.a se aprecian estos cambios infinitesimales en las propiedades, para un sistema de referencia fijo situado fuera de la onda. Sin embargo, en la figura 2.b el sistema va sobre la propia onda, de tal modo que ésta se encuentra fija y es el fluido el que se está moviendo.

Si aplicamos la ley de continuidad [6.4] para el volumen de control de la figura y dado que no hay variaciones temporales de la densidad tenemos que:

$$-\rho c A + (c - dv)(\rho + d\rho)A = 0$$

Resolviendo esta ecuación y despreciando términos:

$$cd\rho = \rho dv \quad [6.8]$$

Por otro lado, aplicando la ecuación de conservación de movimiento [6.5] al mismo volumen de control:

$$dp = \rho c dv \quad [6.9]$$

Si combinamos las ecuaciones [6.8] y [6.9] tenemos que la velocidad de propagación de la onda se puede expresar como:

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad [6.10]$$

En el proceso de propagación de la onda los cambios de presiones se producen de manera muy rápida, produciendo pequeños saltos o gradientes de temperatura. Por tanto los fenómenos de transferencia de calor son despreciables y el proceso puede considerarse adiabático y reversible.

Para un GICP la relación entre presión y densidad para un proceso isentrópico viene dada por la combinación de las expresiones descritas en [6.1.3], de tal modo que:

$$\frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad [6.10]$$

Despejando $dp/d\rho$ de la ecuación [6.10] y sustituyendo en la ecuación [6.9] se obtiene la expresión típica para la velocidad del sonido:

$$c^2 = \gamma RT = \frac{\gamma p}{\rho} = (\gamma - 1)h \quad [6.11]$$

Como vemos en esta expresión, el único factor que afectan a la velocidad de propagación de una onda en gases es el coeficiente de dilatación adiabática γ , que es diferente para cada gas, y la temperatura. Sin embargo dado que en este trabajo se va trabajar con aire podemos considerar que γ es constante por lo que esta dependencia queda reducida solamente a la temperatura.

7.1.5. NUMERO DE MACH Y CONO DE MACH

El número de Mach es uno de los parámetros más importante en la caracterización de flujos ya que proporciona una medida de la importancia de los efectos de la compresibilidad en un fluido. Matemáticamente representa el cociente entre la velocidad local del fluido “ v ” y la velocidad de propagación de una onda sonora en ese fluido “ c ”.

$$M = \frac{v}{c} \quad [6.12]$$

Según el valor del número de Mach se puede clasificar los flujos de la siguiente forma:

$M < 0.3$	El flujo es incompresible, la velocidad del fluido es mucho menor que la velocidad del sonido por lo que las variaciones en la densidad son despreciables.
-----------	--

$M < 1$	El régimen del flujo es subsónico, si $0.3 < M < 0.8$, los cambios de densidad empiezan a ser considerables y el flujo se considera compresible.
$M = 1$	El flujo es sónico, el frente de onda viaja a la velocidad del fluido o del objeto (según el sistema de referencia).
$0.8 < M < 1.2$	El flujo es transónico.
$M > 1$	El flujo es supersónico, bajo estas condiciones se dan la formación de ondas de choque.
$M > 1$	El flujo es hipersónico, el fluido cambia sus propiedades y se ioniza.

A continuación se muestran dos figuras, la primera de ellas muestra un emisor de ondas sonoras viajando a la misma velocidad que el sonido. Como vemos todas las ondas coinciden tangencialmente en un punto independientemente del tiempo en el que fueron generadas.

La segunda de ellas muestra un emisor de ondas que se mueve más rápido que la velocidad del sonido. Las ondas quedan atrás de él y forman un cono circular llamado “cono de Mach”, donde

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{c}{v} = \frac{1}{M}.$$

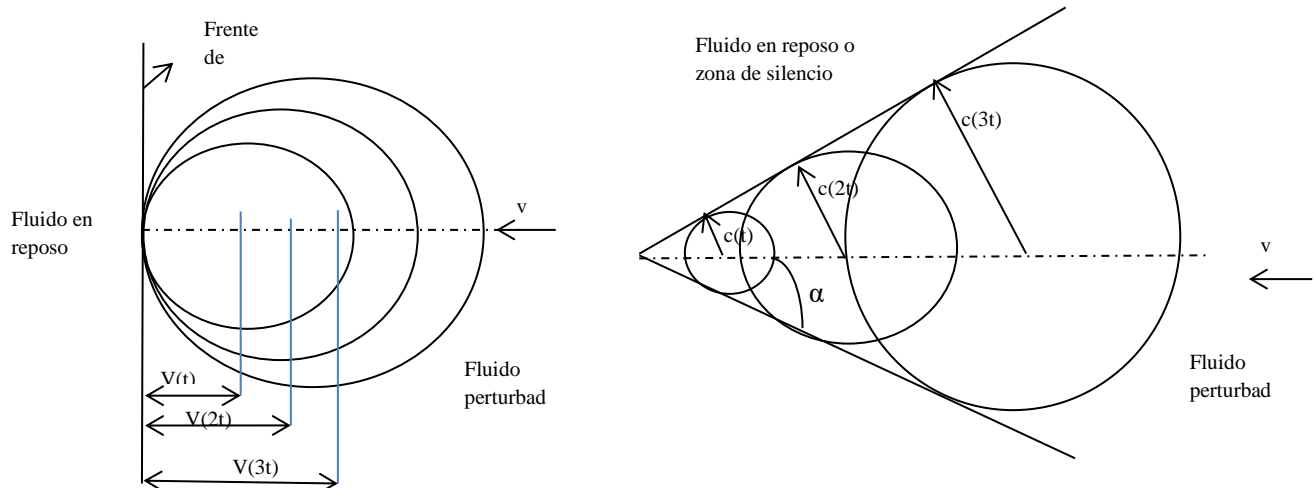


Figura 7.3: Esquema onda viajando a velocidad sónica y supersónica.

Estas zonas donde el fluido cambia sus propiedades bruscamente es lo que se denomina onda de choque.

7.2 Códigos empleados en el trabajo

7.2.1. Código Python cálculo de los perfiles dentro del explosivo.

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
from scipy.integrate import ode
import scipy.integrate as integrate
import scipy.special as special
import scipy.integrate
import matplotlib.pyplot as plt
from pylab import *
from matplotlib import cm
from matplotlib import rc
from matplotlib.ticker import AutoMinorLocator

# dimensional values obtained for q = 4.516 MJ/kg and
gam = 3
r0 = 1600. #m/s
c0 = 343 #m/s
vcjdim = 2125. #m/s
Dcjdim = 8500. #m/s
rcjdim = 2133.333333333 #kg/m3
pcjdim = 28.9*10**9 #Pa
qexp = 4.516 # MJ/kg

n = 1000
gam = 3.
jj = 2.0
qadim = (gam**2-1)/(2*c0**2)*qexp*10**6

# dimensionless jump conditions

rcj = (gam+1.)/gam
vcj = 1./(gam+1.)
pcj = 1./(gam+1.)

print ("checking CJ-boundary conditions")
print ("density jump =", rcjdim/r0, (","), rcj)
print ("velocity jump =", vcjdim/Dcjdim, (","), vcj)
print ("pressure jump =",
pcjdim/(r0*Dcjdim**2), (","), pcj)
print ("propagation
velocity=", ((1+qadim)**0.5+qadim**0.5)*c0 , (","),
Dcjdim

bc = np.array([vcj,pcj,rcj])*(1-1/1000.)
xil = np.linspace(1,0.5,n)

# def deriv(F,xi):
#     Ccj = 1/((pcj*F[2]**(gam-1))*gam/rcj**gam)
```

```

#     vprime = jj*F[0]/((Ccj*(F[0]-xi)**2-1)*xi)
#     pprime = -jj*F[0]*(F[0]-xi)/(Ccj*(F[0]-xi)**2-1)*F[2]/xi
#     rprime = -jj*F[0]*(F[0]-xi)*Ccj/(Ccj*(F[0]-xi)**2-1)*F[2]/xi
#     return [vprime,pprime,rprime]

# F = odeint(deriv,bc,xi)

def deriv(F,xi):
    v = F[0] # F[0] es la velocidad
    p = F[1] # F[1] es la velocidad
    r = F[2] # F[2] es la densidad
    c = (gam*p/r)**0.5 # c es la velocidad del sonido
    Tcomun = jj*v/xi/((xi-v)**2-c**2)
    vprime = c**2*Tcomun
    pprime = gam*p*(xi-v)*Tcomun
    rprime = r*(xi-v)*Tcomun
    return np.array([vprime,pprime,rprime])

F = scipy.integrate.odeint(deriv,bc,xil)

xi = np.linspace(0,1,2*n)
v = np.linspace(1,0,2*n)
p = np.linspace(1,0,2*n)
r = np.linspace(1,0,2*n)
et = np.linspace(1,0,2*n)
ei = np.linspace(1,0,2*n)
ek = np.linspace(1,0,2*n)

for j in range(0,2000,1):
    if j<=n:
        v[j] = F[n-1,0]
        p[j] = F[n-1,1]
        r[j] = F[n-1,2]
        et[j] = F[n-1,1]/(gam-1) + 0.5*F[n-1,2]*F[n-1,0]**2
        ei[j] = F[n-1,1]/(gam-1)
        ek[j] = 0.5*F[n-1,2]*F[n-1,0]**2
    else:
        v[j] = F[2*n-j,0]
        p[j] = F[2*n-j,1]
        r[j] = F[2*n-j,2]
        et[j] = F[2*n-j,1]/(gam-1) + 0.5*F[2*n-j,2]*F[2*n-j,0]**2
        ei[j] = F[2*n-j,1]/(gam-1)
        ek[j] = 0.5*F[2*n-j,2]*F[n-j,0]**2

ekin = np.trapz(ek*xi**2,xi)
eint = np.trapz(ei*xi**2,xi)
etot = np.trapz(et*xi**2,xi)
print ("ekin = ", ekin

```



```

print ("eint = "), eint
print ("etot = "), etot

ekinperunitmas = 3*Dcjd**2*ekin/10**6. #MJ/kg
eintperunitmas = 3*Dcjd**2*eint/10**6. #MJ/kg
etotperunitmas = 3*Dcjd**2*etot/10**6. #MJ/kg

print(" ekin (MJ/kg) = "), ekinperunitmas
print ("eint (MJ/kg) = "), eintperunitmas
print ("etot (MJ/kg) = "), etotperunitmas

ekindim=(4/3)*3.14*(0.525)**3*rcjd**3*Dcjd**2*ekin/1
0**6. #MJ
eintdim
= (4/3)*3.14*(0.525)**3*rcjd**3*Dcjd**2*eint/10**6.
#MJ
etotdim
=(4/3)*3.14*(0.525)**3*rcjd**3*Dcjd**2*etot/10**6. #
MJ

print(" ekin (MJ) = "), ekindim
print ("eint (MJ) = "), eintdim
print ("etot (MJ) = "), etotdim

fig = plt.figure(1, figsize=(11,7))
ax1 = fig.add_subplot(121)
ax1.set_xlabel(("xi [-]"),fontsize=18)
ax1.set_ylabel(("Variables adimensionales [-]"),fontsize=15)
ax1.xaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
ax1.yaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
plt.plot(xi,v/vcj,c="y",lw=2.0,label="$v$")
plt.plot(xi,p/pcj,c="r",lw=2.0,label="$p$")
plt.plot(xi,r/rcj,c="g",lw=2.0,label="$\\rho$")
plt.yticks(fontsize=18, fontname="serif")
plt.xticks(fontsize=18, fontname="serif")
ax1.legend(bbox_to_anchor=(0.2,1.0),prop={"size":18},
frameon=0)

ax2 = fig.add_subplot(122)
ax2.set_xlabel(("xi [-]"),fontsize=18)
ax2.set_ylabel(("Energias adimensionales [-]"),fontsize=15)
ax2.xaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
ax2.yaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
plt.plot(xi,ei,c="m",lw=2.0,label="$e_{int}=p/(\\gamma-1)$")
plt.plot(xi,ek,c="y",lw=2.0,label="$e_{kin}=1/2\\rho v^2$")
plt.plot(xi,et,c="g",lw=2.0,label="$e_{tot}=e_{int}+e_{kin}$")
plt.yticks(fontsize=18, fontname="serif")
plt.xticks(fontsize=18, fontname="serif")

```

```

ax2.legend(bbox_to_anchor=(0.4,1.0),prop={"size":18},
frameon=0)

fig = plt.figure(2, figsize=(11,7))
ax1 = fig.add_subplot(131)
ax1.set_xlabel(("Radio(m)")), fontsize=18)
ax1.set_ylabel(("\\rho(kg/m^3)")), fontsize=18)
ax1.xaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
ax1.yaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
plt.plot(xi*0.52,r*rcjdim,c="g",lw=2.0,label=("$\\rho$"))
plt.yticks(fontsize=18, fontname="serif")
plt.xticks(fontsize=18, fontname="serif")
ax1.legend(bbox_to_anchor=(0.3,1.0),prop={"size":18},
frameon=0)

ax1 = fig.add_subplot(132)
ax1.set_xlabel(("Radio(m)")), fontsize=18)
ax1.set_ylabel(("p(Pa)")), fontsize=18)
ax1.xaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
ax1.yaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
plt.plot(xi*0.52,p*pcjdim,c="r",lw=2.0,label=("$p$"))
plt.yticks(fontsize=18, fontname="serif")
plt.xticks(fontsize=18, fontname="serif")
ax1.legend(bbox_to_anchor=(0.3,1.0),prop={"size":18},
frameon=0)

ax1 = fig.add_subplot(133)
ax1.set_xlabel(("Radio(m)")), fontsize=18)
ax1.set_ylabel(("v(m/s)")), fontsize=18)
ax1.xaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
ax1.yaxis.set_minor_locator(AutoMinorLocator(5))
plt.plot(xi*0.52,v*vcjdim,c="y",lw=2.0,label=("$v$"))
plt.yticks(fontsize=18, fontname="serif")
plt.xticks(fontsize=18, fontname="serif")
ax1.legend(bbox_to_anchor=(0.3,1.0),prop={"size":18},
frameon=0)

plt.show()

```

7.2.2. Código simulación propagación de la onda en el aire modificado.

```
% Spherically symmetric blast

clear; project_name = 'radial_explosion'; choice = 1;
if exist(sprintf('%s.mat',project_name),'file')
    choice = menu('Re-run?', 'Yes', 'No, just post-process', 'Cancel');
    pause(0.1);
end
tic
switch choice
    case 1
        % Specify parameters
        %W=1; Etnt=4.18e6; cv=716;
        model.gamma = 1.4; rs = riemann_solver(model.gamma,1.0e-
9,100);
        model.state = rs.interface_state;
        nu = 2; L = 10; w = 1; R = 287.0;
        p0 = 1.01e5; r0 = 1.204;
        %r1 = 1600; p1 =1.0e5*p0;

        r1=[1751.37;1751.37;1751.37;1751.37;1751.37;1751.37;1751.37;1751.37;17
51.37;1751.37;1809.51;1841.4;1914.55;967.07;2055;2134;2254;2329.07;250
3.51;2800];

        p1=[1.713e9;1.713e9;1.713e9;1.713e9;1.713e9;1.713e9;1.713e9;1.713e9;1.
713e9;1.713e9;1.830e9;1.970e9;2.140e9;2.440e9;2.660e9;2.990e9;3.460e9;
4.080e9;4.860e9;6.950e9];

        v1=[13.42;13.42;13.42;13.42;13.42;13.42;13.42;13.42;13.42;13.42;31.91;
60;101.8;121.14;153.296;193.5;232.5;277.09;367.9;517.4];
        %pe=p0+ model.gamma*R*W*Etnt/((4/3)*pi*w^3*cv)
        %pe=p0+ R*W*Etnt/((4/3)*pi*w^3*cv)
        %p1 = pe;

        NX = 3449 ; CFL = 0.9;
        % Generate a uniform mesh
        dx = L/NX; x = (-dx/2:dx:L+dx/2).'; z = -nu./x;
        model.dv = dx*ones(NX+2,1); model.ds = ones(NX+1,1);
        model.fc = [1:NX+1;2:NX+2].';
        B1 = 2; G1 = 1; B2 = NX+1; G2 = NX+2;
        % Initial conditions
        model.r = zeros(NX+2,1);
        model.p = zeros(NX+2,1);
        model.v = zeros(NX+2,1);
        for i = 1:NX+2
            if i<length(r1)
                model.r(i)=r1(i);model.p(i)=p1(i); model.v(i)=v1(i);
            else
                model.r(i) = r0; model.p(i) = p0;model.v(i)=0;
            end
        end
        % Allocate variables for post-processing
        times =
[0.003,0.004,0.005,0.01,0.015,0.02,0.025,0.05,0.075,0.1,0.125,0.15]; K
= length(times);
        pressures = zeros(NX,K);
        velocities = zeros(NX,K);
        densities = zeros(NX,K);
```

```

temperatures = zeros(NX,K);
I = 2:NX+1; x = x(I);
% Run simulation
disp('*** Spherically symmetric blast ***');
gs = gas_dynamics_solver; model = gs.initialise(model);
t = 0.0;
for k = 1:K
    tf = times(k);
    while t < tf
        model = gs.update_rates(model);
        dt = CFL*dx/max(abs(model.ivn)+model.ia);
        dt = min(dt,tf-t); t = t+dt;
        model.r = model.r+model.r_rate*dt;
        model.e = model.e+model.e_rate*dt;
        model.u = model.u+model.u_rate*dt;
        model = gs.update_states(model);
        model.r_rate = z.*model.u;
        model.e_rate =
model.r_rate.*(model.e+model.p)./model.r;
        model.u_rate = model.r_rate.*model.v;
        model.r = model.r+model.r_rate*dt;
        model.e = model.e+model.e_rate*dt;
        model.u = model.u+model.u_rate*dt;
        model.r(G1) = model.r(B1); % reflective BC
        model.e(G1) = model.e(B1);
        model.u(G1) = -model.u(B1);
        model.r(G2) = model.r(B2); % open-end BC
        model.e(G2) = model.e(B2);
        model.u(G2) = model.u(B2);
        model = gs.update_states(model);

        %figure(3)
        %plot(x,model.p(I),'k. ');
        %title(sprintf('Pressure at t = %g',t));
        %drawnow;

        %figure(2)
        %[p_ch imax]=max(model.p(I));
        %dp= (p_ch-p0)/p0;
        %Z = x(imax)/W^(1/3);
        %plot(Z, dp, 'g+'); hold on

    end
    pressures(:,k) = model.p(I);
    velocities(:,k) = model.v(I);
    densities(:,k) = model.r(I);
    temperatures(:,k) = model.p(I)./model.r(I)/R;
end
save(project_name);
case 2
    load(project_name);
otherwise
    return;
end

%% Generate images
info = cell(size(times));
for k = 1:K
    info{k} = sprintf('t = %g ms',1000.0*times(k));

```

```

end
figure; plot(x,pressures/p0); grid on;
xlabel('Distance (m)'); ylabel('Pressure (atm)');
legend(info,'Location','Best');
eval(sprintf('print -dpng %s_pressure',project_name));
figure; plot(x,velocities); grid on;
xlabel('Distance (m)'); ylabel('Velocity (m/s)');
legend(info,'Location','Best');
eval(sprintf('print -dpng %s_velocity',project_name));
figure; plot(x,densities); grid on;
xlabel('Distance (m)'); ylabel('Density (kg/m^3)');
legend(info,'Location','Best');
eval(sprintf('print -dpng %s_density',project_name));
figure; plot(x,temperatures); grid on;
xlabel('Distance (m)'); ylabel('Temperature (K)');
legend(info,'Location','Best');
eval(sprintf('print -dpng %s_temperature',project_name));

```

CAPÍTULO 8

8. BIBLIOGRAFÍA.

Referencias

- [1] L. K. Antanovskii, "Solving multi-dimensional problems of gas dynamics using MATLAB," Jun. 2008 Available: <http://www.dtic.mil/docs/citations/ADA487259>.
- [2] Antonio L. Sánchez, José L. Jiménez-Álvarez and Amable Liñán, "The Coupling of Motion and Conductive Heating of a Gas by Localized Energy Sources," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 63, (3), pp. 937-961, Jan 1, 2003. Available: <http://www.jstor.org/stable/3648803>. DOI: 10.1137/S0036139902403895.
- [3] D. Berets, F. Greene and G. B. Kistiakowsky, "Gaseous detonation waves: Stationary waves in the hydrogen-oxygen system," *American Chemistry Society*, vol. 72, 1950.
- [4] M. a. V. Berthelot P., "On the propagation velocity of explosion phenomena in gases," Paris, Tech. Rep. 93, 1881.
- [5] R. Bridson and M. Müller-Fischer, "Fluid simulation: SIGGRAPH 2007 course notes video files associated with this course are available from the citation page," in 2007, pp. 1-81.
- [6] C. Brochet, N. Manson, M. Rouze and W. Struck, "Influence of the initial pressure on the velocity of stable detonations in stoichiometric mixtures of propane-oxygen and acetylene-oxygen," Tech. Rep. 247, 1963.
- [7] C. N. Kingery and B. F. Pannill, "Peak overpressure vs scaled distance for TNT surface bursts (hemispherical charges)," 1964.
- [8] C. Campbell and D. W. Woodhead, "CCVII.-Striated photographic records of explosion-waves," *Journal of the Chemical Society (Resumed)*, pp. 1572-1578, 1927.
- [9] P. Cooper, *Explosives Engineering*. Wiley, 1996.
- [10] A. Crespo Martínez, *Mecánica De Fluidos*. Madrid: Thomson Paraninfo, 2006.
- [11] E. K. DABORA, "Variable energy blast waves," *AIAA Journal*, vol. 10, (10), pp. 1384-1386, Oct, 1972. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/full/10.2514/3.6635>. DOI: 10.2514/3.6635.
- [12] David Leonard Chapman, "On the rate of the explosion in gases," *Philosophical Magazine*, vol. 47, pp. 90-104, 1899.
- [13] W. C. Davis, B. G. Craig and J. B. Ramsay, "Failure of the Chapman-Jouguet Theory for Liquid and Solid Explosives," *Physics of Fluids*, vol. 8, (12), pp. 2169-2182, Dec, 1965. Available: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1761177>. DOI: 10.1063/1.1761177.
- [14] N. Denisov and K. Troshin, "Pulsating and spinning detonation of gaseous mixtures in tubes," *Dokl.Akad. Nauk SSSR*, vol. 125, pp. 110-113, 1959.
- [15] R. E. Duff, "Investigation of Spinning Detonation and Detonation Stability," *Physics of Fluids*, vol. 4, (11), pp. 1427-1433, Nov, 1961. Available: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1706235>. DOI: 10.1063/1.1706235.
- [16] R. E. Duff and H. T. Knight, "Precision Flash X-Ray Determination of Density Ratio in Gaseous Detonations," *The Journal of Chemical Physics*, vol. 25, (6), pp. 1301, Dec, 1956. . DOI: 10.1063/1.1743228.
- [17] W. Döring, "Der Druckverlauf in den Schwaden und im umgebenden Medium bei der Detonation " 1941.

- [18] D. H. Edwards, T. G. Jones and B. Price, "Observations on oblique shock waves in gaseous detonations," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 17, (1), pp. 21-32, Sep 1, 1963. Available: http://journals.cambridge.org/abstract_S0022112063001075. DOI: 10.1017/S0022112063001075.
- [19] J. J. Erpenbeck, "Stability of steady-state equilibrium detonations," May 1, 1962.
- [20] W. Fickett, *Detonation: Theory and Experiment*. Dover Publications, 2012.
- [21] R. A. Freeman, "Variable-energy blast waves," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 1, (12), pp. 1697-1710, Dec 1, 1968. Available: <http://iopscience.iop.org/0022-3727/1/12/316>. DOI: 10.1088/0022-3727/1/12/316.
- [22] C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows: Introduction to the Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. (2nd ed.) Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007.
- [23] J. F. Clarke, D. R. Kassoy and N. Riley, "Shocks Generated in a Confined Gas Due to Rapid Heat Addition at the Boundary. II. Strong Shock Waves," *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 393, (1805), pp. 331-351, Jun 8, 1984. Available: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/393/1805/331.abstract>. DOI: 10.1098/rspa.1984.0061.
- [24] Jai Prakash Agrawal, Wiley: *High Energy Materials: Propellants, Explosives and Pyrotechnics*. (2nd ed.) Wiley, 2010.
- [25] Jinwon Shin, Andrew S. Whittaker and David Cormie, "Incident and Normally Reflected Overpressure and Impulse for Detonations of Spherical High Explosives in Free Air," *Journal of Structural Engineering*, vol. 141, (12), December 1, 2015. . DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001305.
- [26] J. Jouguet, "On the propagation of chemical reactions in gases," *Journal Des Mathématiques Pures Et Appliquées*, vol. 2, pp. 347-425, .
- [27] G. F. Kinney, K. J. Graham and R. Raspet, "Explosive Shocks in Air, 2nd ed. by Gilbert F. Kinney and Kenneth J. Graham," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 80, (2), pp. 708, 1986.
- [28] J. G. Kirkwood and W. W. Wood, "Structure of a Steady-State Plane Detonation Wave with Finite Reaction Rate," *The Journal of Chemical Physics*, vol. 22, (11), pp. 1915-1919, Nov, 1954. . DOI: 10.1063/1.1739939.
- [29] V. P. Korobeinikov, "Gas dynamics of explosions," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 3, pp. 317-346, 1971.
- [30] T. Kravchik and E. Sher, "Numerical modeling of spark ignition and flame initiation in a quiescent methane-air mixture," *Combustion and Flame*, vol. 99, (3), pp. 635-643, 1994. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0010218094900574>. DOI: 10.1016/0010-2180(94)90057-4.
- [31] V. KURDYUMOV, A. L. SÁNCHEZ and A. LIÑÁN, "Heat propagation from a concentrated external energy source in a gas," *J. Fluid Mech.*, vol. 491, pp. 379-410, 2003. Available: <https://www.cambridge.org/core/article/heat-propagation-from-a-concentrated-external-energy-source-in-a-gas/2D97D28F1377AB894ED2468CFD70543B>. DOI: 10.1017/S0022112003005664.
- [32] B. Lewis and J. B. Friauf, "Explosions in detonating gas mixtures," *American Chemistry Society*, vol. 52, pp. 3120-3127, 1930.

- [33] Mallard, E. and Le Chatelier, H., "On the flame propagation velocity of explosive gas mixtures," Paris, Tech. Rep. 93, 1881.
- [34] C. Needham, *Blast Waves*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [35] H. M. Peek and R. G. Thrap, "Gaseous Detonations in Mixtures of Cyanogen and Oxygen," *The Journal of Chemical Physics*, vol. 26, (4), pp. 740-745, Apr, 1957. . DOI: 10.1063/1.1743395.
- [36] A. M. Remennikov, "A review of methods for predicting bomb blast effects on buildings," *Journal of Battlefield Technology*, vol. 6, (3), pp. 5, 2003.
- [37] A. Shukla, Y. Rajapakse, M. E. Hynes and I. ebrary, *Blast Mitigation: Experimental and Numerical Studies*. (1st ed.) New York: Springer, 2013.
- [38] P. D. Smith and J. G. Hetherington, *Blast and Ballistic Loading of Structures*. Oxford [etc.]: Butterworth-Heinemann, 1994.
- [39] R. Strehlow, *Multi-Dimensional Detonation Wave Structure*.
- [40] G. I. Taylor, "The Air Wave Surrounding an Expanding Sphere," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, vol. 186, (1006), pp. 273-292, 1946. Available: <http://www.jstor.org/stable/97978>.
- [41] G. Taylor, "The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. I. Theoretical Discussion," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, vol. 201, (1065), pp. 159-174, 1950. Available: <http://www.jstor.org/stable/98395>.
- [42] G. Taylor, "The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. II. The Atomic Explosion of 1945," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, vol. 201, (1065), pp. 175-186, 1950. Available: <http://www.jstor.org/stable/98396>.
- [43] M. Thiele, J. Warnatz, A. Dreizler, S. Lindenmaier, R. Schießl, U. Maas, A. Grant and P. Ewart, "Spark ignited hydrogen/air mixtures: two dimensional detailed modeling and laser based diagnostics," *Combustion and Flame*, vol. 128, (1), pp. 74-87, 2002. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010218001003339>. DOI: 10.1016/S0010-2180(01)00333-9.
- [44] M. Thiele, J. Warnatz and U. Maas, "Geometrical study of spark ignition in two dimensions," *Combustion Theory and Modelling*, vol. 4, (4), pp. 413-434, Dec 1, 2000. Available: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1088/1364-7830/4/4/303>. DOI: 10.1088/1364-7830/4/4/303.
- [45] J. Von Neumann, "Theory of stationary detonation waves," 1942.
- [46] J. Wendt, *Computational Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [47] B. Zeldovich and A. S. Kompaneetz, "Towards a theory of heat conduction with thermal conductivity depending on temperature." Moscow, 1950.
- [48] C. N. Kingery and G. Bulmash, "Airblast parameters from TNT spherical air burst and hemispherical surface burst." Abril. 1984.
- [49] M. Vera Coello, I. Iglesias Estradé, A. Sánchez Pérez and C. Martínez Bazán, *Ingeniería Fluidomecánica; Paraninfo*, 2012.